

УДК 524.882

DOI: 10.31040/2222-8349-2026-0-1-46-50

ПРИЛИВНЫЕ СИЛЫ АКУСТИЧЕСКИХ ЧЕРНЫХ ДЫР

© У.К. Хидиров, Р.Х. Каримов

Приливные силы представляют собой силы, возникающие в пробных частицах или телах, свободно движущихся в силовом поле компактных астрофизических объектов. В более ранних работах было показано, что под воздействием приливных сил классических черных дыр пробная частица будет вытягиваться в одном направлении и сужаться в другом направлении, таким образом представлять собой изгибающуюся струну. Тем не менее, любой объект, который падает в классические черные дыры, испытывает огромные приливные силы вне горизонта и может быть разрушен. В настоящей работе рассматривается вопрос о том, может ли акустическая гравитация быть применена в качестве инструмента для изучения регулярных черных дыр. Хотя акустические черные дыры обладают ключевыми характеристиками, такими как горизонт событий, их лежащее в основе гидродинамическое описание отличается от вакуумных решений уравнений Эйнштейна, что предполагает потенциально различные наблюдательные свойства. Акустическая черная дыра характеризуется ненулевой фоновой скоростью жидкости $v_r = \sqrt{2M\xi/r}$, где ξ – параметр настройки. Цель работы заключается в изучении физических изменений, вносимых этим параметром настройки в приливные силы, и в сравнении их с приливными силами классической черной дыры Шварцшильда. В работе показано, что увеличение параметра настройки ξ приводит к уменьшению приливных сил. Таким образом, пробная частица, движущаяся вблизи акустических черных дыр, будет испытывать наименьшие приливные силы.

Ключевые слова: приливные силы, параметр настройки, гидродинамическая модель.

Введение. Загадочные и захватывающие характеристики черных дыр неизменно привлекают внимание как физиков, так и астрофизиков. Черные дыры характеризуются сильным гравитационным притяжением и особыми границами, которые настолько сильно искажают пространство, что даже свет не может из них вырваться. Одним из наиболее интересных аспектов этого гравитационного доминирования является феномен приливных сил, которые возникают, когда внешнее гравитационное поле воздействует на протяженное тело, вызывая деформацию и растяжение (сжатие) его составляющих частей [1]. Приливные эффекты вокруг черных дыр привлекли значительное внимание из-за их глубокого влияния на различные астрофизические контексты [1–5]. От сближения компактных объектов с черными дырами до взаимодействий внутри звездных двойных систем и поведения материи в активных галактических ядрах, приливные силы играют ключевую роль в формировании динамики и наблюдаемых

явлений в этих экстремальных гравитационных средах [4, 5]. Хорошо известно, что в пространстве–времени Шварцшильда свободно падающая частица испытывает постоянное растяжение в радиальном направлении и сжатие в угловом направлении во время своего движения к центру пространства–времени [6]. Однако в контексте теории Рейсснера–Нордстрема и модифицированных черных дыр проявляются характерные особенности приливных эффектов, демонстрирующие заметный переход от радиального растяжения к сжатию и от углового сжатия к растяжению, происходящий между внутренним и внешним горизонтами пространства–времени [7–11].

В работе Горовица и Росса [8] было показано, что инварианты кривизны в системе лоренцевского буста описывают приливные силы, действующие на пробную частицу при ее падении на черную дыру. В работе [9] показано, что пробная частица, приближаясь к кротовой норе Дамура–Солодухина, будет испытывать

огромные приливные силы и будет разрушена вблизи горловины. Отметим, что кротовая нора Дамура–Солодухина имитирует свойства черных дыр. Однако в работе [10] было показано, что приливные силы вблизи классических кротовых нор, поддерживаемых экзотической материей, могут быть ограничены. Приливные силы вблизи черных дыр в теории гравитации с нарушением симметрии Лоренца исследованы в [11]. Параметр нарушения симметрии Лоренца ℓ влияет только на поперечные приливные силы, и с увеличением ℓ приливные силы уменьшаются.

В этой работе будет исследовано влияние приливных сил акустической черной дыры на движущуюся пробную частицу. Модель акустической черной дыры была впервые представлена в работе Ге и др. [12]. Метрика для акустической черной дыры выводится в рамках теорий Гросса–Питаевского и Янга–Миллса, которые описывают движение вихрей в жидкостной системе как в плоском, так и в искривленном пространстве–времени [13]. В [14] было показано, что сигналы квазинормальных мод акустической черной дыры слабее, чем сигнал черной дыры Шварцшильда.

Приливные силы. Приливные силы – силы, возникающие в телах, свободно движущихся в неоднородном силовом поле. Главный критерий, которому должно удовлетворять решение, представляющее пространство–время проходимой кротовой норы: компоненты тензора кривизны, вычисленные в ортонормированной системе координат наблюдателя статичного или свободно падающего, должны быть всюду конечны, включая горизонт. Данное условие вытекает из физических требований того, что приливные силы не разрушают или не разрывают наблюдателя, свободно падающего через горизонт.

Далее рассматривается метод определения приливных сил вблизи кротовых нор [8]. Рассмотрим статичную сферически-симметричную физическую метрику в обозначениях Горовица и Росса:

$$ds^2 = -\frac{F(r)}{G(r)} dt^2 + \frac{dr^2}{F(r)} + R^2(r)[d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2]. \quad (1)$$

В статичной ортонормированной системе наблюдателя только следующие компоненты тензора кривизны являются ненулевыми: R_{0101} , R_{0202} , R_{0303} , R_{1212} , R_{1313} и R_{2323} . Радиально свободно падающий наблюдатель с сохраняющейся энергией E связан со статичной орто-

нормированной системой координат через локальный (\wedge) лоренцевский буст с мгновенной скоростью, заданной в виде

$$v = \left(1 - \frac{F}{GE^2}\right)^{1/2}, \quad (2)$$

где E^2 – сохраненная энергия пробной частицы.

Тогда получим следующие ненулевые компоненты кривизны в системе координат лоренцевского буста (\wedge) со скоростью v ($k = 2, 3$):

$$R_{\widehat{0}\widehat{1}\widehat{0}\widehat{1}} = R_{0101}, \quad (3)$$

$$R_{\widehat{0}\widehat{k}\widehat{0}\widehat{k}} = R_{0k0k} + \sinh^2 \alpha (R_{0k0k} + R_{1k1k}), \quad (4)$$

$$R_{\widehat{0}\widehat{k}\widehat{1}\widehat{k}} = \cosh \alpha \sinh \alpha (R_{0k0k} + R_{1k1k}), \quad (5)$$

$$R_{\widehat{1}\widehat{k}\widehat{1}\widehat{k}} = R_{1k1k} + \sinh^2 \alpha (R_{0k0k} + R_{1k1k}), \quad (6)$$

где $k = 2, 3$ и $\sinh \alpha = v/\sqrt{1 - v^2}$. Приливное ускорение Δa_j между двумя частями движущегося тела имеет вид $\Delta a_j = -c^2 R_{\widehat{0}\widehat{j}\widehat{0}\widehat{p}} \xi^{\widehat{p}}$, где ξ – вектор разделения между двумя частями тела. Таким образом, компоненты кривизны, способствующие приливным силам на путешественника в системе лоренцевского буста, $R_{\widehat{0}\widehat{1}\widehat{0}\widehat{1}}$, $R_{\widehat{0}\widehat{2}\widehat{0}\widehat{2}}$ и $R_{\widehat{0}\widehat{3}\widehat{0}\widehat{3}}$, являются ненулевыми. Далее необходимо посчитать компоненты в уравнениях (3)–(4) для данной метрики. Если любой из компонентов отклонится при приближении к горизонту событий, можно говорить о том, что приливные силы физически разрушают падающего наблюдателя.

Акустические черные дыры. Акустические черные дыры могут быть предложены несколькими способами [12], не только на основе лабораторных экспериментов в системах конденсированного состояния, но и с помощью механизмов в физике высоких энергий, астрономии и космологии. В недавней работе Ге и др. получили класс решений для акустических черных дыр, используя релятивистские теории Гросса–Питаевского и Янга–Миллса [12].

Пространство–время акустической черной дыры задается в виде [12]:

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + f(r)^{-1}dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (7)$$

с

$$f(r) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) \left\{1 - \xi \frac{2M}{r} \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\right\}, \quad (8)$$

где M – асимптотическая масса черной дыры, ξ – параметр настройки, связанный со скоростью фоновой жидкости, и $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$ – единичная сфера. При $\xi = 0$ черная дыра (7) сводится к черной дыре Шварцшильда. Отметим, что акустическая черная дыра обладает одним оптическим горизонтом событий $r_s = 2M$ и двумя акустическими горизон-

тами (внутренний r_{ac-} и внешний r_{ac+}) $r_{ac\pm} = M(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 4\xi})$.

Приливные силы акустических черных дыр. Следуя методу Горовица и Росса [8], компоненты кривизны акустической черной дыры в системе координат лоренцевского буста (\wedge) со скоростью v можно получить из уравнений (3) и (4):

$$R_{\widehat{0}\widehat{1}\widehat{0}\widehat{1}} = \frac{2M}{r^3} \left[1 + \xi \left(1 - \frac{12M}{r} + \frac{24M^2}{r^2} \right) \right], \quad (9)$$

$$R_{\widehat{0}\widehat{2}\widehat{0}\widehat{2}} = \frac{M}{r^3} \left[1 + \xi \left(1 - \frac{8M}{r} + \frac{24M^2}{r^2} \right) \right]. \quad (10)$$

Из уравнений (4) и (10) следует, что $R_{0k0k} + R_{1k1k} = 0$. Это означает, что компонента кривизны, представляющая собой общее увеличение кривизны в системе лоренцевского буста по сравнению со статической системой отсчета, равна 0. Следовательно, внешние силы, действующие на частицу, ограничены, и не зависят от скорости v .

В случае, когда пробная частица будет приближаться к горизонту событий черной дыры, т.е. $r \rightarrow r_h = 2M$, приливные силы равны

$$R_{\widehat{0}\widehat{1}\widehat{0}\widehat{1}} = \frac{1+\xi}{4M^2}, \quad (11)$$

$$R_{\widehat{0}\widehat{2}\widehat{0}\widehat{2}} = \frac{1}{8M^2}. \quad (12)$$

Из уравнения (11) следует, что параметр ξ будет увеличивать приливные силы на горизонте событий акустической черной дыры, в то время как компонента $R_{\widehat{0}\widehat{2}\widehat{0}\widehat{2}}$ не зависит от параметра ξ .

На рис. 1 представлен график зависимости компоненты кривизны $R_{\widehat{0}\widehat{1}\widehat{0}\widehat{1}}$ акустической черной дыры в системе координат лоренцевского буста от радиальной координаты при значениях параметра $\xi = 0$ (черная линия – соответствует черной дыре Шварцшильда), 1 (красная линия), 2 (зеленая линия), 3 (синяя линия), 4 (коричневая линия), 5 (оранжевая линия) и 6 (желтая линия). Наибольшие приливные силы кротовой норы около горловины соответствуют наибольшему значению параметра ξ , как и было сказано ранее. Отметим, что при $r = 2(3 - \sqrt{3})M$ приливные силы акустической черной дыры и классической черной дыры Шварцшильда равны. В диапазоне от $r = 2(3 - \sqrt{3})M$ до $2(3 + \sqrt{3})M$ приливные силы акустической черной дыры меньше, чем приливные силы черной дыры Шварцшильда. Уменьшение приливных сил в этом диапазоне может объясняться высокой скоростью жидкости, и чем выше скорость, тем меньше приливные силы. На рис. 2 представлен

график зависимости компоненты кривизны $R_{\widehat{0}\widehat{2}\widehat{0}\widehat{2}}$ акустической черной дыры в системе координат лоренцевского буста от радиальной координаты. Из рис. 2 видно, что на горизонте событий приливные силы не зависят от параметра настройки ξ . В диапазоне от $r = 2M$ до $6M$ приливные силы акустической черной дыры меньше, чем приливные силы черной дыры Шварцшильда.

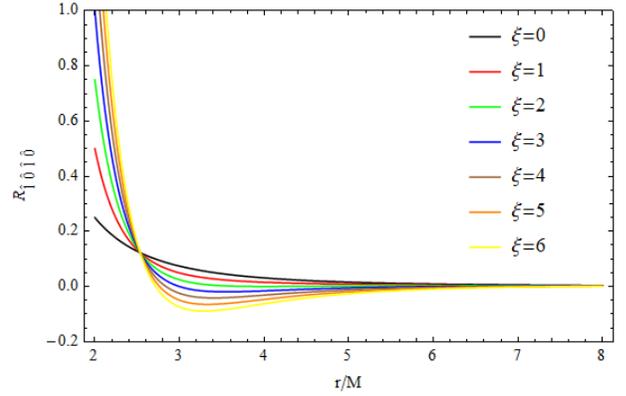


Рис. 1. Компонента кривизны $R_{\widehat{0}\widehat{1}\widehat{0}\widehat{1}}$ акустической черной дыры в системе координат лоренцевского буста в зависимости от r/M

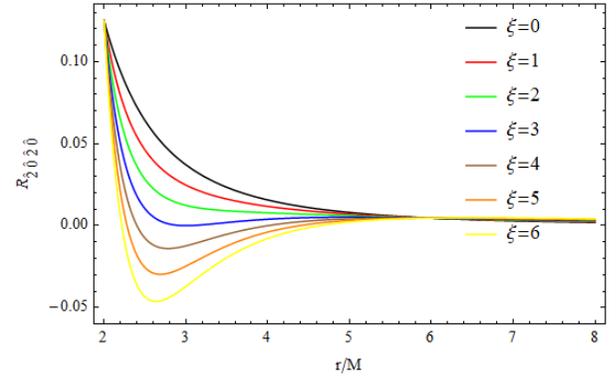


Рис. 2. Компонента кривизны $R_{\widehat{0}\widehat{2}\widehat{0}\widehat{2}}$ акустической черной дыры в системе координат лоренцевского буста в зависимости от r/M

Численные оценки приливных сил.

Приливное ускорение $\Delta \varepsilon_j$ между двумя частями движущегося тела имеет вид:

$$\Delta a_1 = -c^2 R_{\widehat{0}\widehat{1}\widehat{0}\widehat{1}} \xi^1, \quad (13)$$

$$\Delta a_2 = -c^2 R_{\widehat{0}\widehat{2}\widehat{0}\widehat{2}} \xi^2. \quad (14)$$

Полагая, что $|\xi| \sim 2$ м (размер тела путешественника) и для ξ , ориентированного вдоль любого пространственного направления в теле путешественника, должно выполняться условие неразрушимости, которое может быть представлено в виде $|\Delta a| \leq (1 \text{ гравитация черной дыры}) =$

$= g_{BH}$. Из уравнений (13)–(14) получим следующие ограничения:

$$|R_{\hat{0}\hat{1}\hat{0}\hat{1}}| \leq \frac{g_{BH}}{c^2 \times 2M}, \quad (15)$$

$$|R_{\hat{0}\hat{2}\hat{0}\hat{2}}| \leq \frac{g_{BH}}{c^2 \times 2M}. \quad (16)$$

Рассмотрим ограничения (15) и (16) для черной дыры Стрелец А* [15]. На поверхности горизонта событий черной дыры ускорение свободного падения может быть получено из уравнения $g_{BH} = GM_{BH}/R_{BH}^2$. При подстановке массы и радиуса горизонта событий черной дыры Стрелец А* получим $g_{BH} = 1.07 \times 10^7 \text{ м/с}^2$. Подставляя уравнение (11) в (15), получим следующее ограничение на параметр настройки:

$$|\xi| \leq 9.89 \times 10^9. \quad (17)$$

Таким образом, тело, размером не более 2 метров, может двигаться у горизонта событий акустической черной дыры, не разрушаясь при значениях параметра настройки в пределах (17) для параметров черной дыры Стрелец А*.

Заключение. В работе были исследованы приливные силы, действующие на пробную частицу, вблизи горизонта событий акустической черной дыры. Показано, что приливные силы ограничены для обоих компоненты кривизны $R_{\hat{0}\hat{1}\hat{0}\hat{1}}$ и $R_{\hat{0}\hat{2}\hat{0}\hat{2}}$. Компонента кривизны, представляющая собой общее увеличение кривизны в системе лоренцевского буста по сравнению со статической системой отсчета, равна нулю. Таким образом, внешние силы, действующие на пробную частицу, ограничены, и не зависят от скорости падения частицы v . Следовательно, пробная частица может находиться около горизонта событий, не разрушаясь. Для получения ограничения параметра настройки были использованы параметры реальной черной дыры Стрелец А*.

Литература

1. Misner C.W., Thorne K.S., Wheeler J.A. Gravitation. 1973.
2. Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity // Am. J. Phys. 1988. V. 56. P. 395–412.
3. Haas R., Shcherbakov R.V., Bode T., Laguna P. Tidal disruptions of white dwarfs from ultra-close encounters with intermediate-mass spinning black holes // Astrophys. J. 2012. V. 749. № 117.
4. Rees M.J. Tidal disruption of stars by black holes of 10^6 – 10^8 solar masses in nearby galaxies // Nature. 1988. V. 333. P. 523–528.

5. Wang B., Zhu Z., Li A., Zhao W. Comprehensive Analysis of the Tidal Effect in Gravitational Waves and Implication for Cosmology // Astrophys. J. Suppl. 2020. V. 250. № 6.

6. Hong S.-T., Kim Y.-W., Park Y.-J. Tidal effects in Schwarzschild black hole in holographic massive gravity // Phys. Lett. B. 2020. V. 811. № 135967.

7. Crispino L.C.B., Higuchi A., Oliveira L.A., and de Oliveira E.S. Tidal forces in Reissner–Nordström spacetimes // Eur. Phys. J.C. 2016. V. 76. № 168.

8. Abuter R., Horowitz G.T., Ross S.F. Naked black holes // Phys. Rev. D. 1997. V. 56. P. 2180–2187.

9. Nandi K.K., Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Potapov A.A. Damour–Solodukhin Wormhole as a Black Hole Mimicker: The Role of Observers’ Location // Universe. 2022. V. 8. № 525.

10. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. On a Class of Harko-Kovacs-Lobo Wormholes // Universe. 2022. V. 8. № 540.

11. Зиннатуллин Р.Р., Каримов Р.Х., Измаилов Р.Н. Приливные силы вблизи черных дыр в гравитационной теории с нарушением симметрии Лоренца // Известия Уфимского научного центра РАН. 2023. № 1. С. 38–41.

12. Ge X.-H., Nakahara M., Sin S.-J., Tian Y., Wu S.-F. Acoustic black holes in curved spacetime and the emergence of analogue Minkowski spacetime // Phys. Rev. D. 2019. V. 99. № 104047.

13. Gross E.P. Structure of a quantized vortex in boson systems // Nuovo Cim. 1961. V. 20. 454 p.

14. Vieira H.S., Kokkotas K.D. Quasibound states of Schwarzschild acoustic black holes // Phys. Rev. D. 2021. V. 104. № 024035.

15. Abuter R. et al. [GRAVITY Collaboration]. Polarimetry and astrometry of NIR flares as event horizon scale, dynamical probes for the mass of Sgr A* // Astron. Astrophys. 2023. V. 677. № L10.

References

1. Misner C.W., Thorne K.S., Wheeler J.A. Gravitation. 1973.
2. Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity // Am. J. Phys., 1988, vol. 56. pp. 395–412.
3. Haas R., Shcherbakov R.V., Bode T., Laguna P. Tidal disruptions of white dwarfs from ultra-close encounters with intermediate-mass spinning black holes // Astrophys. J., 2012, vol. 749, no. 117.
4. Rees M.J. Tidal disruption of stars by black holes of 106–108 solar masses in nearby galaxies // Nature, 1988, vol. 333, pp. 523–528.
5. Wang B., Zhu Z., Li A., Zhao W. Comprehensive Analysis of the Tidal Effect in Gravitational Waves and Implication for Cosmology // Astrophys. J. Suppl., 2020, vol. 250, no. 6.

6. Hong S.-T., Kim Y.-W., Park Y.-J. Tidal effects in Schwarzschild black hole in holographic massive gravity // *Phys. Lett. B.*, 2020, vol. 811, no. 135967.

7. Crispino L.C.B., Higuchi A., Oliveira L.A., and de Oliveira E.S. Tidal forces in Reissner–Nordström spacetimes // *Eur. Phys. J.C.*, 2016, vol. 76, no. 168.

8. Abuter R., Horowitz G.T., Ross S.F. Naked black holes // *Phys. Rev. D.*, 1997, vol. 56, pp. 2180–2187.

9. Nandi K.K., Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Potapov A.A. Damour–Solodukhin Wormhole as a Black Hole Mimicker: The Role of Observers' Location // *Universe*, 2022, vol. 8, no. 525.

10. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. On a Class of Harko-Kovacs-Lobo Wormholes // *Universe*, 2022, vol. 8, no. 540.

11. Zinnatullin R.R., Karimov R.KH., Izmailov R.N. Prilivnye sily vblizi chernykh dyr v gravita-

cionnoj teorii s narusheniem simmetrii Lorenca // *Izvestiya Ufimskogo nauchnogo centra RAN*, 2023, no. 1, pp. 38–41.

12. Ge X.-H., Nakahara M., Sin S.-J., Tian Y., Wu S.-F. Acoustic black holes in curved spacetime and the emergence of analogue Minkowski spacetime // *Phys. Rev. D.*, 2019, vol. 99, no. 104047.

13. Gross E.P. Structure of a quantized vortex in boson systems // *Nuovo Cim*, 1961, vol. 20, 454 p.

14. Vieira H.S., Kokkotas K.D. Quasibound states of Schwarzschild acoustic black holes // *Phys. Rev. D.*, 2021, vol. 104, no. 024035.

15. Abuter R. et al. [GRAVITY Collaboration]. Polarimetry and astrometry of NIR flares as event horizon scale, dynamical probes for the mass of Sgr A* // *Astron. Astrophys.*, 2023, vol. 677, no. L10.



TIDAL FORCES OF ACOUSTIC BLACK HOLES

© U.K. Khidirov, R.Kh. Karimov

Akmullah Bashkir State Pedagogical University,
3a, ulitsa Oktybrskoy revolyutsii, 450008, Ufa, Russian Federation

Tidal forces are forces that arise in test particles or bodies freely moving in the force field of compact astrophysical objects. Previous work has shown that under the influence of tidal forces of classical black holes, a test particle will be stretched in one direction and contracted in the other, thus representing a bending string. However, any object that falls into classical black holes experiences enormous tidal forces beyond the horizon and can be destroyed. This paper examines whether acoustic gravity can be applied as a tool to study regular black holes. Although acoustic black holes have key characteristics such as an event horizon, their underlying hydrodynamic description differs from vacuum solutions of Einstein's equations, suggesting potentially different observational properties. An acoustic black hole is characterized by a nonzero background fluid velocity $v_r = \sqrt{2M\xi}/r$, where ξ is the tuning parameter. The aim of the work is to study the physical changes this tuning parameter introduces to the tidal forces and compare them with the tidal forces of a classical Schwarzschild black hole. The work shows that increasing the tuning parameter ξ leads to a decrease in the tidal forces. Thus, a test particle moving near acoustic black holes will experience the smallest tidal forces.

Keywords: tidal forces, tuning parameter, hydrodynamic model.