

УДК 524.882

DOI: 10.31040/2222-8349-2025-0-3-21-25

ЭФФЕКТ МИКРОЛИНЗИРОВАНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ, МОДИФИЦИРОВАННОЙ Т-ДУАЛЬНОСТЬЮ

© Д.И. Харипова, Р.Х. Каримов

Работа посвящена исследованию эффекта микролинзирования в пространстве-времени заряженных черных дыр, модифицированных Т-дуальностью в контексте теории струн. Модифицированная Т-дуальностью заряженная черная дыра описывается массой M , параметром Т-дуальности ℓ_0 (длина нулевой точки или четырехмерная «виртуальная память» о длине компактных дополнительных измерений) и электрическим зарядом Q . Ранее было показано, что масса Арновитта–Дезера–Мизнера (АДМ) Т-дуальной черной дыры, которая представляет собой полную массу-энергию изолированной системы на бесконечном удалении от этой системы, состоит из M и поправочным членом, прямо пропорциональным заряду Q^2 и обратно пропорциональным ℓ_0 . Следовательно, увеличение параметра Т-дуальности приводит к уменьшению АДМ массы и представляет особое значение об изучении того, как это влияние скажется в наблюдаемых свойствах черной дыры. В работе будет исследован эффект гравитационного микролинзирования модифицированными Т-дуальностью заряженными черными дырами. Гравитационное микролинзирование – явление изменения яркости изображения со временем из-за относительного перемещения линзы и источника, для которых угол Эйнштейна $\theta_E \sim 10^{-3}''$. Этот эффект является хорошо изученным и наблюдаемым как для черных дыр, так и для кротовых нор. Таким образом, гравитационное микролинзирование является хорошим инструментом для проверки валидности теории струн, модифицированной Т-дуальностью. Результаты показывают, что прицельный параметр b_l при котором происходит максимальное увеличение изображения уменьшается при увеличении параметра Т-дуальности и увеличивается при увеличении электрического заряда. Полученные результаты подтверждают, что электрический заряд и параметр Т-дуальности вносят противоположный вклад в угол отклонения света и, следовательно, в гравитационное линзирование. В целом это исследование вносит значимый вклад в понимание черных дыр и их роли во Вселенной в контексте теории струн, открывая новые перспективы для изучения квантовых эффектов в гравитационных полях и предоставляя наблюдательные ограничения для различных моделей черных дыр в теории струн.

Ключевые слова: эффект микролинзирования, черные дыры, Т-дуальность.

Введение. Природа гравитации была предметом многочисленных исследований, и недавние открытия в общей теории относительности (ОТО) оказали глубокое влияние на понимание широкого спектра астрофизических явлений в контексте космологии и физике черных дыр и кротовых нор [1]. Эти компактные астрофизические объекты представляют значительный интерес для современной науки. Из-за своего сильного гравитационного притяжения черные дыры (ЧД) поглощают все, что находится поблизости, и имеют горизонт событий, из которого ничто не может вырваться. Возникновение сингулярностей, которые являются центральными областями пространства-времени, где плотность и кривизна становятся

бесконечными, а классические физические принципы больше не действуют, является существенным препятствием для понимания физики ЧД. Сингулярности кривизны в ОТО являются результатом фундаментальной проблемы с классической интерпретацией гравитационного поля, которая нарушается в малых масштабах. Решение проблемы перенормировки в квантовой теории гравитации остается нерешенной задачей. В частности, формулировка геометрии несингулярных ЧД, основанной на принципах квантовой гравитации, остается незавершенной [2].

Значительный прогресс в устранении сингулярностей в ЧД был достигнут с созданием семейства регулярных ЧД с использованием

ХАРИПОВА Диана Ильдаровна, Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: kharipova.dream9@mail.ru

КАРИМОВ Рамис Хамитович – к.ф.-м.н., Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: karimov_ramis_92@mail.ru

методов теории струн, основанных на некоммутативной геометрии [3]. Помимо устранения сингулярности, эти ЧД правильно описывают конечную фазу испарения. Наиболее интересным и перспективным решением теории струн является формализм Т-дуальности, который показывает многообещающие результаты в решении проблемы сингулярности ЧД [4].

Согласно Падманабхану [5], существование поля в пространстве-времени представлено дуальностью в интеграле пути, где вклады интеграла сохраняются, если незначительная длина пути преобразуется в виде $ds^2 \rightarrow 1/ds^2$. Для достижения этой Т-дуальности пропагатор поля должен иметь длину нулевой точки, равной заряду решения Бардина [6]. Это означает, что решение ЧД остается неизменным, когда определенные пространственные измерения компактифицируются и меняются местами с их дуальными аналогами. Концепция заряженных Т-дуальных ЧД играет решающую роль в понимании взаимодействия между теорией струн, гравитацией и поведением фундаментальных частиц на квантовом уровне. Исследование свойств и поведения данных черных дыр позволяет получить уникальное понимание фундаментальных механизмов, определяющих указанные космологические явления.

Наблюдаемые эффекты слабых и сильных гравитационных полей черных дыр изучались в литературе с разных точек зрения для решений ОТО и модифицированных теорий гравитации [7–10]. Одним из интереснейших наблюдаемых свойств черных дыр является гравитационное микролинзирование [11–13]. Микролинзирование представляет собой эффект изменения яркости источника света со временем при прохождении между источником и наблюдателем массивного объекта, которое играет роль линзы [14]. В работе будет исследовано, как заряженные Т-дуальные ЧД, отличающиеся от классических черных дыр ОТО, проявляют себя в эффекте гравитационного микролинзирования.

Черные дыры, модифицированные Т-дуальностью. Общий вид статической и сферически симметричной метрики задается в виде

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega^2, \quad (1)$$

с метрической функцией заряженной Т-дуальной ЧД [8]:

$$f(r) = 1 - \frac{2Mr^2}{(r^2 + l_0^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{5Q^2 r^2}{8(r^2 + l_0^2)^2} + \frac{3Q^2 l_0^2}{8(r^2 + l_0^2)^2} - \frac{3Q^2}{8l_0 r} \arctan\left(\frac{r}{l_0}\right), \quad (2)$$

где $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$, Q – электрический заряд, l_0 – масштабный параметр, M – масса объекта.

В работе [15] была получена АДМ масса заряженной Т-дуальной ЧД, заданной формулой

$$M = m_0 + \frac{3\pi Q^2}{32l_0}. \quad (3)$$

Из (3) видно, что увеличение электрического заряда приводит к увеличению АДМ массы, а увеличение параметра Т-дуальности приводит к уменьшению АДМ массы.

Отметим, что заряженная Т-дуальная ЧД сводится к решению ЧД Бардина при $Q = 0$. При $Q = l_0 = 0$ метрика (1)-(2) описывает незаряженную ЧД Шварцшильда.

Гравитационное микролинзирование черными дырами, модифицированными Т-дуальностью. Типичная геометрия гравитационного микролинзирования показана на рис. 1. Для удобства положим, что размеры источника бесконечно малы. Наблюдаемые изображения будут увеличены или размыты из-за изменения поперечного сечения пучка лучей. Увеличение определяется соотношением телесных углов

$$|\mu| = \frac{d\omega_i}{d\omega_s} = \left| \frac{\beta d\beta}{\theta d\theta} \right|^{-1}. \quad (4)$$

Исходя из геометрического расположения линзы на рис. 1, можем получить уравнение линзы

$$\beta = \theta - \frac{D_{ls}}{D_s} \alpha. \quad (5)$$

Следовательно, если вычислить угол отклонения α как функцию от θ , то можно использовать (4) для получения $\beta(\theta)$ и, наконец, увеличения $|\mu|$ из (3), что является важным наблюдаемым показателем в астрофизике.

Наконец, уравнение линзы (4) может допускать более одного решения $\beta(\theta)$, соответствующего нескольким изображениям. Для простоты рассмотрим случай микролинзирования, когда расстояние между изображениями слишком мало, чтобы их можно было различить с помощью существующих телескопов. В этом случае происходит наблюдение суммарной интенсивности света, т.е. наблюдаемое увеличение должно быть суммой увеличений каждого изображения:

$$|\mu_{total}| = \sum_i |\mu_i|. \quad (6)$$

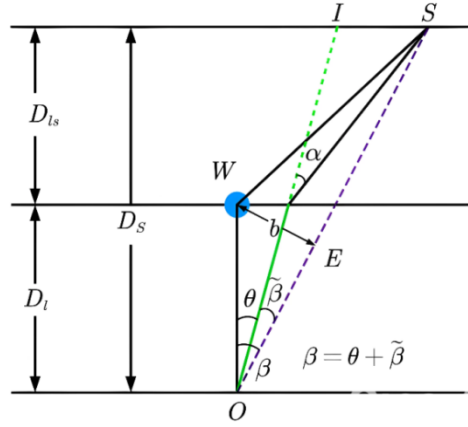


Рис. 1. Геометрия линзирования: W – линза (заряженная Т-дуальная ЧД), O и S – это наблюдатель и источник соответственно, I – мнимое изображение источника, θ – угол между мнимым изображением и линзой, α – угол отклонения света, β – угол между линзой и источником света, D_l , D_{ls} и D_s – расстояния между линзой и наблюдателем, между линзой и источником, между источником и наблюдателем соответственно. Другие величины являются вспомогательными

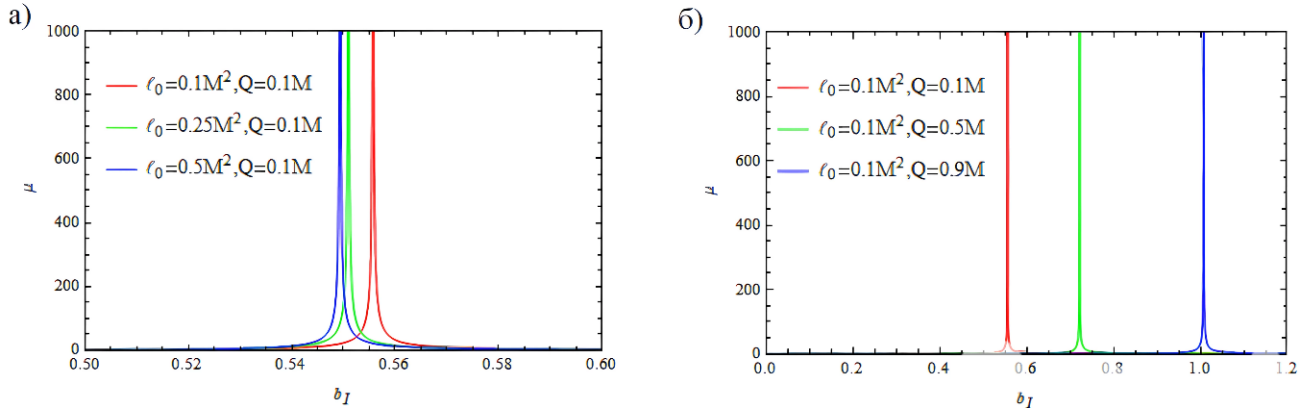


Рис. 2. Зависимость μ от b_l

Угол отклонения до третьего порядка $\frac{M}{b_l}$ равен

$$\alpha = \frac{4M}{b_l} + \frac{15\pi}{4} \left(1 - \frac{1}{5} \frac{Q^2}{M^2} \right) \frac{M^2}{b_l^2} + \frac{128}{3} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{Q^2}{M^2} + \frac{9}{256} \frac{Q^2}{M^2} \frac{l_0}{M} - \frac{21}{64} \frac{l_0^2}{M^2} \right) \frac{M^3}{b_l^3}, \quad (7)$$

и совпадает с углом для ЧД Шварцшильда при $Q = l_0 = 0$.

Далее в работе будет выполнено численное моделирование увеличения изображения как функции $\mu \equiv \mu(r_0, \lambda, b_l)$. Для численного моделирования будет использовано значение $D_l = 10$ кпк, что соответствует типичному масштабу галактики и рассмотрен случай, когда линза находится посередине между источником и наблюдателем, т.е. $D_{ls}/D_s = 1/2$.

На рис. 2 представлен график зависимости увеличения изображения при микролинзировании

заряженной Т-дуальной ЧД от прицельного параметра при разных значениях параметра Т-дуальности и электрического заряда. На рис. 2, а установлено постоянное значение электрического заряда $Q = 0.1M$, а параметр Т-дуальности меняется от 0.1 до $0.5M^2$. Из рис. 2, а видно, что с увеличением параметра l_0 прицельный параметр, при котором происходит увеличение изображения, уменьшается, т.е. становится ближе к ЧД.

На рис. 2, б установлено постоянное значение для параметра Т-дуальности $l_0 = 0.1M^2$, а электрический заряд менялся от 0.1 до $0.9M$. Из рис. 2, б следует, что увеличение электрического заряда приводит к увеличению прицельного параметра, при котором происходит увеличение изображения, т.е. отдаляется от ЧД.

Полученный в работе результат с помощью эффекта микролинзирования подтвержда-

ет вывод, полученный для АДМ массы [15], что два разных параметра заряженной Т-дуальной ЧД приводят к противоположному наблюдаемому значению угла отклонения света, что, в свою очередь, влияет на параметры микролинзирования и наблюдаемую АДМ массу.

Заключение. В работе исследован эффект гравитационного микролинзирования заряженной Т-дуальной ЧД. Было показано, что имеется три пика увеличения яркости объектов. Разница между пиками имеет сильную зависимость от параметра Т-дуальности и электрического заряда. Показано, что с увеличением параметра l_0 прицельный параметр, при котором происходит увеличение изображения, уменьшается, т.е. становится ближе к ЧД, и увеличение электрического заряда приводит к увеличению прицельного параметра, при котором происходит увеличение изображения, т.е. отдалается от ЧД. Таким образом, полученные результаты подтверждают, что электрический заряд и параметр Т-дуальности вносят противоположный вклад в эффект гравитационного микролинзирования.

Литература

1. Abbott B.P. et al (Virgo, LIGO Scientific). Observation of gravitational waves from a binary black hole merger // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 116. № 061102.
2. Бринк Л., Энно М. Принципы теории струн. М.: Мир, 1991. 296 с.
3. Nicolini P., Smailagic A., Spallucci E. Non-commutative geometry inspired Schwarzschild black hole // *Phys. Lett. B.* 2006. V. 632. P. 547–551.
4. Hossenfelder S. Minimal Length Scale Scenarios for Quantum Gravity // *Liv. Rev. Relat.* 2013. V. 16. № 2.
5. Padmanabhan T. Duality and zero-point length of spacetime // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 78. P. 1854–1857.
6. Nicolini P., Spallucci E., Wondrak M.F. Duality and zero-point length of spacetime // *Phys. Lett. B.* 2019. V. 797. № 134888.
7. Xavier S.V., Cunha P.V.P., Crispino L.C.B., Herdeiro C.A.R. Shadows of charged rotating black holes: Kerr-Newman versus Kerr-Sen // *Int. J. Modern Phys. D.* 2020. V. 29. № 2041005.
8. Uniyal R., Nandan H., Jetzer P. Bending angle of light in equatorial plane of Kerr-Sen Black Hole // *Phys. Lett. B.* 2018. V. 782. P. 185–192.
9. Измаилов Р.Н., Каримов Р.Х., Минахметова Э.О. Слабое гравитационное линзирование черными дырами с зарядом // *Известия Уфимского научного центра РАН.* 2023. № 1. С. 32–37.

10. Каримов Р.Х. Геодезические орбиты и экспоненты Ляпунова черной дыры Фролова // *Известия Уфимского научного центра РАН.* 2023. № 2. С. 34–38.
11. Akhtaryanova G.F., Karimov R.K., Izmailov R.N., Nandi K.K. Galactic microlensing by backreacted massless wormholes // *Gen. Relativ. Gravit.* 2024. V. 56. № 58.
12. Verma H., Silk J. Microlensing Black Hole Shadows // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* 2024. V. 528. P. 7440–7457.
13. Ахтарьянова Г.Ф., Хидиров У.К., Измаилов Р.Н. Микролинзирование фантомной кротовой норой Харко–Ковакса–Лобо // *Известия Уфимского научного центра РАН.* 2024. № 1. С. 24–29.
14. Hartle J.B. Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity // Pearson Inc. San Francisco, 2003. 533 p.
15. Javed F., Alshehri M.H. Null geodesics, QNMs, emission energy and thermal fluctuation of charged T-duality black hole with simple logarithmic correction // *Results Phys.* 2024. V. 62. № 107837.

References

1. Abbott B.P. et al (Virgo, LIGO Scientific). Observation of gravitational waves from a binary black hole merger // *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 116, no. 061102.
2. Brink L., Enno M. *Printsipy teorii strun.* Moscow: Mir, 1991, 296 p.
3. Nicolini P., Smailagic A., Spallucci E. Non-commutative geometry inspired Schwarzschild black hole // *Phys. Lett. B.*, 2006, vol. 632, pp. 547–551.
4. Hossenfelder S. Minimal Length Scale Scenarios for Quantum Gravity // *Liv. Rev. Relat.*, 2013, vol. 16, no. 2.
5. Padmanabhan T. Duality and zero-point length of spacetime // *Phys. Rev. Lett.*, 1997, vol. 78, pp. 1854–1857.
6. Nicolini P., Spallucci E., Wondrak M.F. Duality and zero-point length of spacetime // *Phys. Lett. B.*, 2019, vol. 797, no. 134888.
7. Xavier S.V., Cunha P.V.P., Crispino L.C.B., Herdeiro C.A.R. Shadows of charged rotating black holes: Kerr-Newman versus Kerr-Sen // *Int. J. Modern Phys. D.*, 2020, vol. 29, no. 2041005.
8. Uniyal R., Nandan H., Jetzer P. Bending angle of light in equatorial plane of Kerr-Sen Black Hole // *Phys. Lett. B.*, 2018, vol. 782, pp. 185–192.
9. Izmailov R.N., Karimov R.Kh., Minakhmetova E.O. Slaboe gravitatsionnoe linzirovaniye chernymi dyrami s zaryadom // *Izvestiya Ufinskogo nauchnogo tsentra RAN*, 2023, no. 1, pp. 32–37.
10. Karimov R.Kh. Geodezicheskie orbity i eksponenty Lyapunova chernoy dyry Frolova // *Izvestiya Ufinskogo nauchnogo tsentra RAN*, 2023, no. 2, pp. 34–38.

11. Akhtaryanova G.F., Karimov R.K., Izmailov R.N., Nandi K.K. Galactic microlensing by back-reacted massless wormholes // *Gen. Relativ. Gravit.*, 2024, vol. 56, no. 58.

12. Verma H., Silk J. Microlensing Black Hole Shadows // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2024, vol. 528, pp. 7440–7457.

13. Akhtar'yanova G.F., Khidirov U.K., Izmailov R.N. Mikrolinzirovanie fantomnoy krotovoy noroy

Kharko–Kovaksa–Lobo // *Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN*, 2024, no. 1, pp. 24–29.

14. Hartle J.B. Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity // Pearson Inc. San Francisco, 2003, 533 p.

15. Javed F., Alshehri M.H. Null geodesics, QNMs, emission energy and thermal fluctuation of charged T-duality black hole with simple logarithmic correction // *Results Phys.*, 2024, vol. 62, no. 107837.

MICROLENSING EFFECT IN SPACE-TIME OF A BLACK HOLE, MODIFIED WITH T-DUALITY

© D.I. Kharipova, R.Kh. Karimov

Akmullah Bashkir State Pedagogical University,
3a, ulitsa Oktybrskoy revolyutsii, 450008, Ufa, Russian Federation

The paper is devoted to the study of the microlensing effect in the space-time of charged black holes modified by T-duality in the context of string theory. A charged black hole modified by T-duality is described by the mass M , the T-duality parameter ℓ_0 (the length of the zero point or four-dimensional "virtual memory" of the length of compact extra dimensions) and the electric charge Q . It was shown earlier that the Arnowitt-Deser-Misner (ADM) mass of a T-dual black hole, which is the total mass-energy of an isolated system at an infinite distance from this system, consists of M and a correction term directly proportional to the charge Q^2 and inversely proportional to ℓ_0 . Therefore, an increase in the T-duality parameter leads to a decrease in the ADM mass and is of particular importance in studying how this influence will affect the observable properties of the black hole. In this paper, the effect of gravitational microlensing by charged black holes modified by T-duality will be investigated. Gravitational microlensing is a phenomenon of image brightness change with time due to relative motion of the lens and the source, for which the Einstein angle $\theta_E \sim 10^{-3}''$. This effect is well studied and observed for both black holes and wormholes. Thus, gravitational microlensing is a good tool to test the validity of string theory modified by T-duality. The results show that the impact parameter b_I at which the maximum image magnification occurs decreases with increasing T-duality parameter and increases with increasing electric charge. The obtained results confirm that the electric charge and T-duality parameter make opposite contributions to the light deflection angle and, hence, to gravitational lensing. Overall, this study makes a significant contribution to the understanding of black holes and their role in the Universe in the context of string theory, opening new perspectives for studying quantum effects in gravitational fields and providing observational constraints on various black hole models in string theory.

Keywords: microlensing effect, black holes, T-duality.