ФИЗИКА

*УДК 538.945*
DOI: 10.31040/2222-8349-2025-0-3-15-20

# ВЛИЯНИЕ СПИНОВОГО РАССЕЯНИЯ НА АНДРЕЕВСКИЙ ТОК

**© Д.П. Милютин, Н.Г. Пугач, В.В. Хорошко, Е.Г. Екомасов**

Рассматривается гетероструктура, состоящая из сверхпроводящего слоя, изолятора и ферромагнитного материала. Данный контакт описывается в грязном пределе, что позволяет использовать упрощенные уравнения Узаделя вместо уравнений Эленбергера. Помимо этого, уравнения дополнены граничными условиями Куприянова–Лукичева, описывающими эффект близости между сверхпроводником и ферромагнетиком. Нелинейные уравнения Узаделя линеаризованы в пределе малых корреляций, а затем решены аналитически. Полученные выражения для неравновесных функций Келдыша–Грина использованы для определения величины андреевского тока, возникающего в результате эффекта близости между сверхпроводником и ферромагнетиком. Уравнения Узаделя включают члены, описывающие спиновое рассеяние, что позволяет понять влияние рассеяния на функции Келдыша–Грина и андреевский ток, в частности. Формула для величины андреевского тока учитывает, что функция распределения частиц не отличается от своего равновесного состояния. Ферромагнетик в нашем случае описывается одним выделенным направлением намагниченности, направлением обменного поля, что позволяет учитывать три вида спинового рассеяния – спин-орбитальное, спин-флип вдоль направления намагниченности и спин-флип, перпендикулярное направлению намагниченности. Каждый вид рассеяния стремится подавить наведенную сверхпроводимость в ферромагнетике. В результате построены зависимости величины андреевского тока от приложенного к гетероструктуре напряжения, при различных значениях обменного поля в ферромагнетике и параметров, отвечающих за спиновое рассеяние. В работе показано, что с увеличением величины обменного поля в ферромагнетике образование андреевского тока подавляется. Схожий результат наблюдается и в случае спин-орбитального рассеяния. В случае спин-флип рассеяния результаты зависят от направления рассеяния. Рассеяние вдоль поля подавляет ток, однако перпендикулярное спин-флип рассеяние, наоборот, увеличивает значение андреевского тока. Как результат, мы показали, что спиновое рассеяние играет ключевую роль в формировании андреевских состояний в ферромагнетике. В частности, спин-флип рассеяние, перпендикулярное намагниченности, способствует увеличению спиновой поляризации андреевских отражений, что приводит к росту тока. Это указывает на возможность управления андреевским током за счет изменения направления и величины обменного поля, а также параметров спинового рассеяния, что важно для разработки спинтронных устройств на основе сверхпроводниковых гетероструктур.

Ключевые слова: эффект близости, спиновое рассеяние, андреевский ток.

**Введение.** На сегодняшний день достаточно популярно изучение гибридных структур сверхпроводник/ферромагнетик S/F [1], в частности, для использования в низкотемпературной электронике и спинтронике. Такие гибридные структуры обладают различными интересными свойствами. Так, на основании эффекта близости работают спиновые вентили, с помощью которых в системе можно управлять сверхпроводимостью путем вращения намагниченности ферромагнетиков друг относительно друга.

Другим применением для таких структур являются болометры на холодных электронах (СЕВ) [2]. Они широко используются в астрономии благодаря их высокой чувствительности в обнаружении субмиллиметровых волн. Оптимизация СЕВ на основе микроскопических расчетов может значительно улучшить их характеристики, делая их более эффективными в обнаружении и измерении излучения. Также болометр на холодных электронах используется в астрофизике, особенно для обнаружения

МИЛЮТИН Дмитрий Павлович, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», e-mail: dpmilyutin@edu.hse.ru
ПУГАЧ Наталья Григорьевна – к.ф.-м.н., Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», e-mail: npugach@hse.ru
ХОРОШКО Виталий Викторович – к.т.н., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, e-mail: khoroshko@bsuir.by
ЕКОМАСОВ Евгений Григорьевич – д.ф.-м.н., Уфимский университет науки и технологий, Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: ekomasoveg@gmail.com

слабых сигналов от космического микроволнового фонового излучения. Однако чувствительность таких болометров ограничена различными факторами, включая эффект близости. Поэтому понимание и оптимизация эффекта близости позволит улучшить чувствительность и точность этих устройств.

Гетероструктура нормальный металл – диэлектрик – сверхпроводник (NIS) активно применяется в низкотемпературной физике благодаря эффекту, схожему с эффектом Пельтье [3]. В такой структуре возможно манипулировать распределением Ферми–Дирака электронов в нормальном металле, чтобы охладить их до температуры ниже температуры кристаллической решетки. Если приложить напряжение к такой гетероструктуре, электроны с наибольшей энергией начнут туннелировать в сверхпроводник. Электроны с низкими энергиями останутся в нормальном металле, занимая распределение Ферми–Дирака, соответствующее более низкой температуре.

Существуют физические ограничения, которые не позволяют охлаждать электроны с максимальной эффективностью. Первая проблема – неравновесные частицы, которые туннелировали в сверхпроводник, нагревают его, тем самым уменьшая ширину сверхпроводящей щели. Данная проблема решается добавлением ловушек из нормального металла, которые будут собирать электроны с высокими энергиями. Вторая проблема, что в гетероструктуре NIS ток может быть как одночастичным, так и двухчастичным. Двухчастичный ток появляется из-за андреевского отражения и называется андреевским током. Заряд, переносимый андреевским током, состоящий из двух частиц с энергиями меньше сверхпроводящей щели, нагревает нормальный металл.

Наиболее эффективным методом подавления андреевского тока является использование тонкой ферромагнитной пленки в слое нормального металла [4].

Экспериментальное изучение эффекта близости в сверхпроводящих структурах показало, что помимо обменного взаимодействия, необходимо учитывать другие магнитные механизмы, которые называются спин-зависимым рассеянием [5]. В случае, когда ферромагнетик имеет одну выделенную ось намагниченности, спиновое рассеяние может иметь три механизма: спин-орбитальное, спин-флип вдоль направления намагниченности и спин-флип, перпендикулярное направлению.

В данной работе мы теоретически изучили влияние спин-зависимого рассеяния на функции Келдыша–Грина и двухчастичный андреевский ток, в частности.

**Теоретическое описание.** Сверхпроводник в данной задаче описывается матричной функцией Грина $\hat{g}$ размерности $4 \times 4$ в пространстве Намбу-спин:

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} G_{\uparrow\uparrow} & G_{\uparrow\downarrow} & F_{\uparrow\uparrow} & F_{\uparrow\downarrow} \\ G_{\downarrow\uparrow} & G_{\downarrow\downarrow} & F_{\downarrow\uparrow} & F_{\downarrow\downarrow} \\ -F_{\uparrow\uparrow} & -F_{\uparrow\downarrow} & -G_{\uparrow\uparrow} & -G_{\uparrow\downarrow} \\ -F_{\downarrow\uparrow} & -F_{\downarrow\downarrow} & -G_{\downarrow\uparrow} & -G_{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $G-$ нормальная функция Келдыша-Грина, $F-$ аномальная функция Келдыша-Грина, $\uparrow$ , $\downarrow -$ проекция спина на направление намагниченности. В нашем случае ферромагнетик имеет одно направление намагниченности, поэтому $F_{\uparrow\uparrow} = F_{\downarrow\downarrow} = 0$. Пространственная зависимость в случае, когда длина свободного пробега частицы много меньше длины когерентности, то есть в грязном пределе, описывается нелинейными уравнениями Узаделя для сверхпроводника:

$$-\frac{D_s}{2}\frac{d}{dx}\left(G_{\uparrow\uparrow,\omega}\frac{d}{dx}F_{\uparrow\downarrow,\omega} - F_{\uparrow\downarrow,\omega}\frac{d}{dx}G_{\uparrow\uparrow,\omega}\right) + \\ +\omega F_{\uparrow\downarrow,\omega} = \Delta G_{\uparrow\uparrow,\omega}, \quad (2)$$

и для ферромагнетика:

$$-\frac{D_F}{2}\frac{d}{dx}\left(G_{\uparrow\uparrow,\omega}\frac{d}{dx}F_{\uparrow\downarrow,\omega} - F_{\uparrow\downarrow,\omega}\frac{d}{dx}G_{\uparrow\uparrow,\omega}\right) + \\ +\left(\omega + iE_{ex} + \tau_z^{-1}G_{\uparrow\uparrow,\omega} + (\tau_x^{-1} + \tau_{so}^{-1})G_{\downarrow\downarrow,\omega}\right)F_{\uparrow\downarrow,\omega} \\ + \\ +(\tau_x^{-1} - \tau_{so}^{-1})G_{\uparrow\uparrow,\omega}F_{\downarrow\uparrow,\omega} = 0, \quad (3)$$

где $\omega = \omega_n = \pi T(2n+1) -$ мацубаровские частоты с $n = 0, \pm 1 \ldots;\ T -$ температура; $D_s(D_F)$ постоянная диффузии электронов для сверхпроводящего (несверхпроводящего) материала; $\tau_x, \tau_z, \tau_{\mathrm{so}} -$ характерные времена спин-флип перпендикулярно полю, спин-флип вдоль поля и спин-орбитального рассеяния соответственно; $E_{\mathrm{ex}} -$ энергия обменного взаимодействия; $\Delta -$ параметр сверхпроводящего порядка [6]. В пределе малых корреляций уравнения могут быть линеаризованы [7]. Уравнение для сверхпроводника:

$$\left(\omega - \frac{D_s}{2}\frac{d^2}{dx^2}\right)F_{\uparrow\downarrow(\downarrow\uparrow),\omega} = \Delta, \quad (4)$$

для ферромагнетика:

$$\left(\omega - \frac{D_F}{2}\frac{d^2}{dx^2} \pm iE_{ex} + \tau_z^{-1} + 2\tau_x^{-1}\right)F_{\uparrow\downarrow(\downarrow\uparrow),\omega} + \\ +(\tau_{so}^{-1} - \tau_x^{-1})\left(F_{\uparrow\downarrow(\downarrow\uparrow),\omega} - F_{\downarrow\uparrow(\uparrow\downarrow),\omega}\right) = 0. \quad (5)$$

Видно, что в отсутствии членов, отвечающих за спиновое рассеяние, функции $F_{\uparrow\downarrow}$ и $F_{\downarrow\uparrow}$ будут отличаться лишь на мнимую величину, то есть функции будут комплексно-сопряженными.

Данные уравнения дополняются граничными условиями Куприянова–Лукичева [8].

$$\gamma\xi_s\left(\frac{\partial F_s}{\partial x}\right)_{x=0} = \xi_F\left(\frac{\partial F_F}{\partial x}\right)_{x=0},$$

$$F_s(0) = F_F(0) - \xi_F\gamma_B\left(\frac{\partial F_F}{\partial x}\right)_{x=0},$$

где $x = 0$ – граница между сверхпроводником и ферромагнетиком, $F_s, F_F$ – функции в сверхпроводнике и ферромагнетике соответственно; $\gamma$ – параметр, определяющий величину градиента функции Грина в ферромагнетике вблизи границы: чем больше проводимость в сверхпроводнике по сравнению с ферромагнетиком, тем больше градиент аномальной функции Грина; $\xi_{s(F)}$ – длина когерентности в сверхпроводнике (ферромагнетике); $\gamma_B$ – безразмерный параметр, описывающий границу [9].

Из функций Келдыша–Грина, полученных из уравнения Узаделя для ферромагнетика, можно получить выражение для андреевского тока [10]:

$$I_A = -\frac{1}{2eR_T}\sum_{\sigma}\int_0^{\Delta}\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2+E^2}}\mathrm{Im}\big(F_\sigma(0)\big)\times$$

$$\times\left(\tanh\frac{E+eV}{2T_N} - \tanh\frac{E-eV}{2T_N}\right)dE, \quad \sigma = \uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow, \quad (6)$$

где $e$ – заряд электрона, $R_T$ – туннельное сопротивление, $T_N$ – температура, $V$ – напряжение.

**Полученные результаты.** Для начала нами было исследовано влияние обменного поля в ферромагнетике на величину андреевского тока в гетероструктуре сверхпроводник-ферромагнетик. Параметры структуры были выбраны, чтобы хорошо наблюдались изучаемые эффекты. Все энергетические величины нормированы на величину сверхпроводящей щели.

В случае, когда спиновое рассеяние отсутствует, мы получаем ожидаемые результаты, что увеличение обменного поля в ферромагнетике ведет к разрушению сверхпроводимости, а как следует, и андреевского тока (рис. 1) [11].

Спиновое рассеяние является дополнительным механизмом, действующим на сверхпроводимость и эффекты, связанные с ней. Параметры рассеяния $\tau_{so}^{-1}, \tau_x^{-1}, \tau_z^{-1}$ далее на рисунках обозначены как $\alpha_{so}$, $\alpha_x$, $\alpha_z$ соответственно и выражены в единицах $\Delta$. Остальные параметры совпадают с рис. 1.

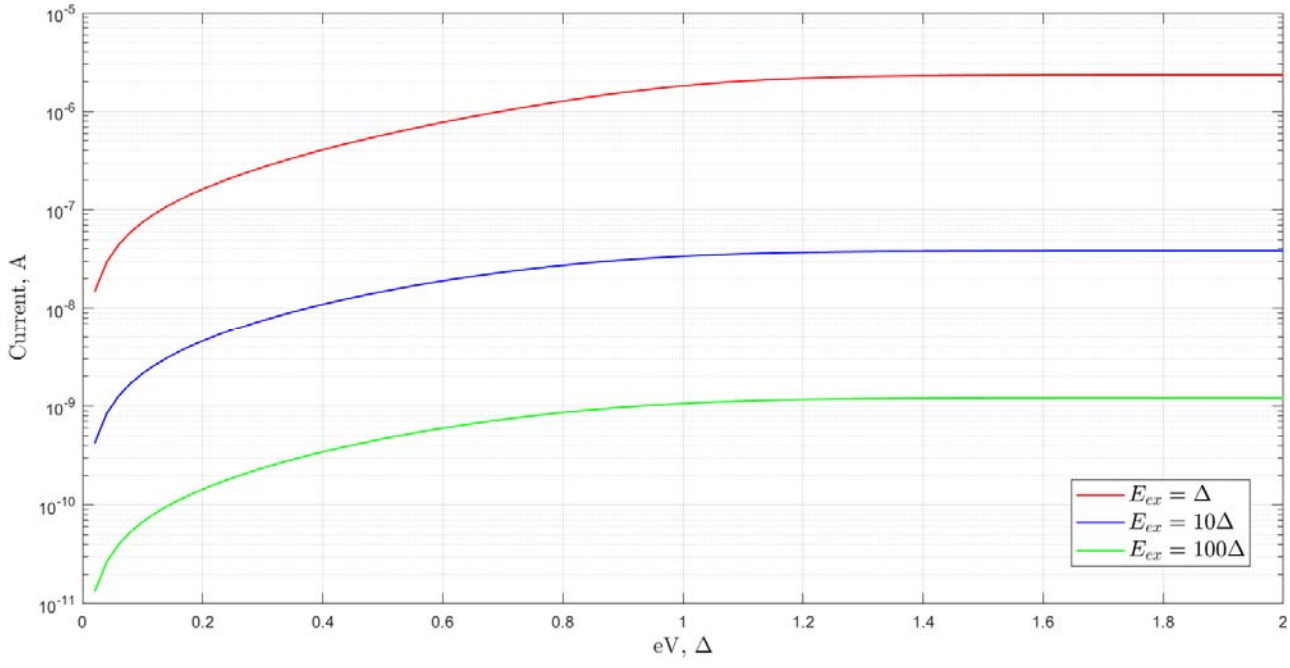


Рис. 1. График зависимости андреевского тока от приложенного напряжения при различных значениях обменного поля $E_{ex}$ в ферромагнетике. $T_N = 0.137K, \gamma_B = 0.1, R_T = 10^3$

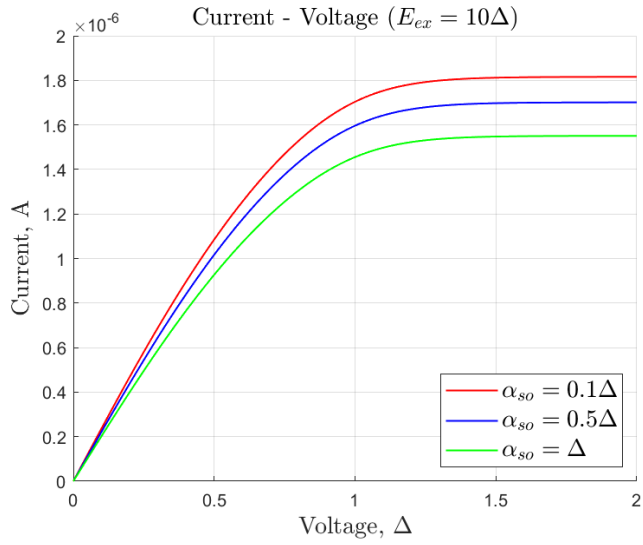


Рис. 2. Влияние спин-орбитального рассеяния $\alpha_{so}$ на андреевский ток

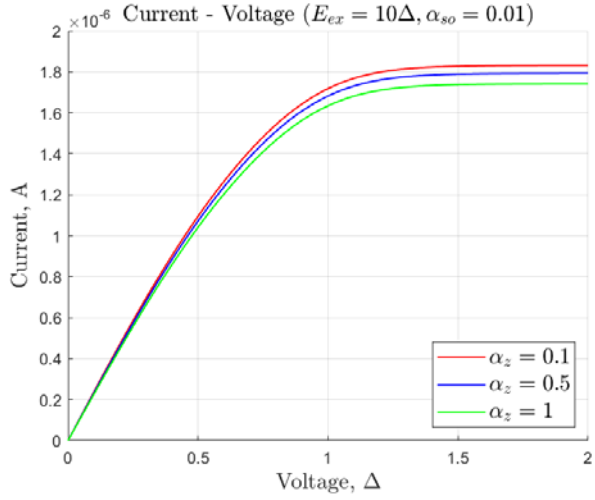


Рис. 3. Влияние спин-флип рассеяния вдоль поля $\alpha_z$ на андреевский ток

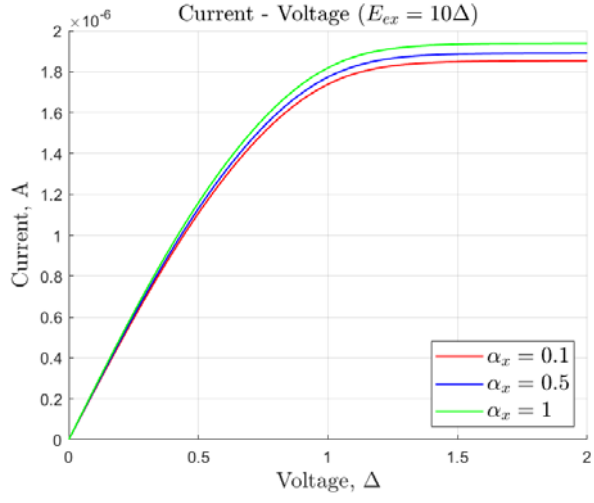


Рис. 4. Влияние спин-флип рассеяния перпендикулярного полю $\alpha_x$ на андреевский ток

На рис. 2 видно, что спин-орбитальное рассеяние подавляет образование андреевского тока. Такой же эффект наблюдается и на рис. 3, в случае спин-флип рассеяния вдоль направления намагниченности в ферромагнетике, однако видно, что подавление происходит не так интенсивно. На рис. 4 мы наблюдаем обратную ситуацию: релаксация в результате спин-флип рассеяния, перпендикулярного обменному полю, вызывает более интенсивное образование андреевского тока.

**Выводы.** В данной работе была рассмотрена гетероструктура сверхпроводник–ферромагнетик. Теоретическое описание проводилось в формализме функций Келдыша–Грина на основе уравнений Узаделя с учетом различных видов спинового рассеяния. Получено выражение для андреевского тока и изучено влияние рассеяния и обменного взаимодействия на его величину. Обменное взаимодействие в ферромагнетике разрушает сверхпроводимость и, как итог, подавляет андреевский ток. Спин-орбитальное рассеяние также является фактором, сильно подавляющим андреевскую проводимость. Спин-флип рассеяние, в свою очередь, не так сильно влияет, однако его влияние зависит от направления. Так, в случае рассеяния вдоль направления намагниченности, андреевский ток подавляется, но не столь интенсивно, как в случае спин-орбитального рассеяния. Если рассеяние происходит перпендикулярно полю, увеличение интенсивности рассеяния, наоборот, ведет к увеличению величины андреевского тока.

Полученные результаты можно будет использовать для оптимизации строения болометра на холодных электронах, для которого андреевская проводимость является эффектом паразитным. Изучив влияние процесса релаксации, можно будет сделать выводы, как минимизировать образующийся андреевский ток.

*Работа выполнена при поддержке проекта «Зеркальные лаборатории» НИУ ВШЭ и Башкирского государственного педагогического университета им. М. Акмуллы «Квантовые эффекты в низкоразмерных гибридных наноструктурах».*

**Литература**

1. Ismagambetov M.E., Ostrovsky P.M., Feigel'man M.V. Andreev conductance in disordered SF junctions with spin-orbit scattering // Journal of Low Temperature Physics. 2024. Т. 217. № 1. P. 121–144.

2. Gordeeva A.V. et al. Record electron self-cooling in cold-electron bolometers with a hybrid superconductor-ferromagnetic nanoabsorber and traps // Scientific Reports. 2020. Т. 10. № 1. 21961 p.

3. Nahum M., Eiles T.M., Martinis J.M. Electronic microrefrigerator based on a normal-insulator-superconductor tunnel junction // Applied Physics Letters. 1994. Т. 65. № 24. P. 3123–3125.

4. Pimanov D.A. et al. Response of a cold-electron bolometer in a coplanar antenna system // Superconductor Science and Technology. 2025. Т. 38. № 3. 035026 p.

5. Kontos T. et al. Inhomogeneous superconductivity induced in a ferromagnet by proximity effect // Physical review letters. 2001. Т. 86. № 2. 304 p.

6. Кушнир В.Н. Сверхпроводимость слоистых структур. Минск: БИТУ, 2010. 234 с.

7. Buzdin A. I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures // Reviews of modern physics. 2005. Т. 77. № 3. P. 935–976.

8. Golubov A.A., Kupriyanov M.Y. The current phase relation in Josephson tunnel junctions // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. 2005. Т. 81. P. 335–341.

9. Karabassov T. et al. Density of states in the presence of spin-dependent scattering in SF bilayers: a numerical and analytical approach // Beilstein journal of nanotechnology. 2022. Т. 13. № 1. P. 1418–1431.

10. Vasenko A.S. et al. Electron cooling by diffusive normal metal–superconductor tunnel junctions // Physical Review B–Condensed Matter and Materials Physics. 2010. Т. 81. № 9. 094513 p.

11. Селезнев Д.В. и др. Плотность состояний в сверхпроводящем спиновом вентиле с ферромагнитными изоляторами // Известия Уфимского научного центра РАН. 2025. № 1. С. 5–11.

**References**

1. Ismagambetov M.E., Ostrovsky P.M., Feigel'man M.V. Andreev conductance in disordered SF junctions with spin-orbit scattering // Journal of Low Temperature Physics, 2024, vol. 217, no. 1, pp. 121–144.

2. Gordeeva A.V. et al. Record electron self-cooling in cold-electron bolometers with a hybrid superconductor-ferromagnetic nanoabsorber and traps // Scientific Reports, 2020, vol. 10, no. 1, 21961 p.

3. Nahum M., Eiles T.M., Martinis J.M. Electronic microrefrigerator based on a normal-insulator-superconductor tunnel junction // Applied Physics Letters, 1994, vol. 65, no. 24, pp. 3123–3125.

4. Pimanov D.A. et al. Response of a cold-electron bolometer in a coplanar antenna system // Superconductor Science and Technology, 2025. vol. 38, no. 3, 035026 p.

5. Kontos T. et al. Inhomogeneous superconductivity induced in a ferromagnet by proximity effect // Physical review letters, 2001, vol. 86, no. 2, 304 p.

6. Kushnir V.N. Sverkhprovodimost' sloistykh struktur. Minsk: BITU, 2010, 234 p.

7. Buzdin A. I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures // Reviews of modern physics, 2005, vol. 77, no. 3, pp. 935–976.

8. Golubov A.A., Kupriyanov M.Y. The current phase relation in Josephson tunnel junctions // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 2005, vol. 81, pp. 335–341.

9. Karabassov T. et al. Density of states in the presence of spin-dependent scattering in SF bilayers: a numerical and analytical approach // Beilstein journal of nanotechnology, 2022, vol. 13, no. 1, pp. 1418–1431.

10. Vasenko A.S. et al. Electron cooling by diffusive normal metal–superconductor tunnel junctions // Physical Review B–Condensed Matter and Materials Physics, 2010, vol. 81, no. 9, 094513 p.

11. Seleznev D.V. i dr. Plotnost' sostoyaniy v sverkhprovodyashchem spinovom ventile s ferromagnitnymi izolyatorami // Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, 2025, no. 1, pp. 5–11.

## INFLUENCE OF SPIN DEPENDENT SCATTERING ON ANDREEV CURRENT

**© D.P. Milyutin[1], N.G. Pugach[1], V.V. Khoroshko[2], E.G. Ekomasov[3, 4]**

[1] National Research University «Higher School of Economics»
11, ulitsa Myasnitskaya, 101000, Moscow, Russian Federation

[2]Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics,
6, ulitsa P. Brovki, 220072, Minsk, Respublika Belarus'

[3] Ufa University of Science and Technology,
32, ulitsa Zaki Validi, 450076 Ufa, Russian Federation

[4]Akmullah Bashkir State Pedagogical University,
3a, ulitsa Oktybrskoy revolutsii, 450008, Ufa, Russian Federation

In the present manuscript, a heterostructure consisting of a superconducting layer, an insulator, and a ferromagnetic material is considered. This contact is described in the dirty limit, which makes it possible to use simplified Uzadel equations instead of the Ellenberger equations. In addition, the equations are supplemented by the Kupriyanov–Lukichev boundary conditions, which describe the proximity effect between a superconductor and a ferromagnet. The nonlinear Uzadel equations are linearized in the limit of small correlations, and then solved analytically. The expressions obtained for the nonequilibrium Keldysh–Green functions are used to determine the magnitude of the Andreev current resulting from the proximity effect between a superconductor and a ferromagnet. The Uzadel equations include terms describing spin dependent scattering, which makes it possible to understand the effect of scattering on the Keldysh–Green functions and the Andreev current, in particular. The formula for the Andreev current takes into account that the particle distribution function does not differ from its equilibrium state. In our case, the ferromagnet is described by one distinguished direction of magnetization, the direction of the exchange field, which allows us to take into account three types of spin scattering – spin-orbital, spin-flip along the direction of magnetization and spin-flip perpendicular to the direction of magnetization. Each type of scattering tends to suppress induced superconductivity in a ferromagnet. As a result, the dependences of the Andreev current on the voltage applied to the heterostructure are constructed for different values of the exchange field in a ferromagnet and the parameters responsible for spin scattering. It is shown that with an increase in the magnitude of the exchange field in a ferromagnet, the formation of the Andreev current is suppressed. A similar result is observed in the case of spin-orbit scattering. In the case of spin-flip scattering, the results depend on the scattering direction. Scattering along the field suppresses the current, but perpendicular spin-flip scattering, on the contrary, increases the value of the Andreev current. As a result, we have shown that spin scattering plays a key role in the formation of Andreev states in ferromagnets. In particular, spin-flip scattering perpendicular to the magnetization contributes to an increase in the spin polarization of Andreev reflections, which leads to an increase in current. This indicates the possibility of controlling the Andreev current by changing the direction and magnitude of the exchange field, as well as spin scattering parameters, which is important for the development of spintronic devices based on superconducting heterostructures.

Keywords: Proximity effect, Spin dependent scattering, Andreev current.