

УДК 524.882

DOI: 10.31040/2222-8349-2024-0-1-24-29

**МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ ФАНТОМНОЙ КРОТОВОЙ НОРОЙ ХАРКО–КОВАКСА–ЛОБО**

© Г.Ф. Ахтарьянова, У.К. Хидиров, Р.Н. Измаилов

В работе исследуется гравитационное микролинзирование фантомной кротовой норой. Гравитационное микролинзирование – это эффект искривления света в гравитационном поле, при котором появляются одно или несколько изображений источника света, и, в частном случае, может появиться кольцо Эйнштейна. Гравитационное микролинзирование может быть использовано в качестве возможного метода наблюдения для обнаружения или исключения существования кротовых нор. В работе в качестве линзы будет исследована кротовая нора Харко–Ковакса–Лобо (ХКЛ). Используя уравнение линзы и определение радиуса Эйнштейна, получены угловые положения физического изображения внутри и вне кольца Эйнштейна. Работа содержит сравнительный анализ кривых блеска черной дырой Шварцшильда и кротовой норой ХКЛ. Показано, что при любых значениях безразмерного параметра отклонения решения ХКЛ кривые блеска отличимы от черной дыры Шварцшильда, при этом в пиковых значениях они всегда совпадают.

Ключевые слова: кротовые норы, кривые блеска, микролинзирование.

**Введение.** Кротовые норы – это особенности пространства-времени с нетривиальной топологией, соединяющие две отдаленные области пространства или даже две вселенные. Пространство-время кротовой норы – это действительные решения теорий гравитации, которые еще не были исключены экспериментами. Концепция кротовых нор была формализована Моррисом и Торном [1]. Черные дыры и кротовые норы имеют разную топологию, и хотя образование черных дыр понимается, как возможный конечный продукт коллапса материи при соответствующих условиях или даже в результате коллапса кротовых нор [2], механизм образования классических кротовых нор до сих пор не совсем понятен. При этом горловина кротовой норы может имитировать поведение горизонта событий черной дыры. Особенности имитации наблюдательных характеристик черных дыр кротовыми норами включают характеристики аккреционных дисков [3], модели кротовых нор с тонкой оболочкой, внешняя область которых описывается решениями для черных дыр [4], параметры гравитационного линзирования как в слабом [5], так и сильном поле [6].

Впервые гравитационное микролинзирование кротовыми норами было предложено Крамером и соавторами [7], которые пришли к выводу, что некоторые кротовые норы демонстрируют микролинзирование «отрицательной массой». В сценарии галактического микролинзирования кротовые норы с фантомной материей могут играть роль линз, учитывающих влияние дополнительного распределения материи на фоновое пространство-время.

Цель данной статьи – изучить галактическое микролинзирование фантомными кротовыми норами, когда звезды-источники находятся в Балдже Галактики или в Большом Магеллановом Облаке (БМО). Мы будем анализировать, частично следуя методу Абэ [8], такие наблюдаемые параметры, как угол отклонения света, кривые блеска и вероятностные характеристики, включающие оптическую глубину и частоту событий. Будут рассмотрены два случая, когда линза является гравитационно связанной и несвязанной с Галактикой. Полученные при анализе параметры микролинзирования будут сравниваться с соответствующими параметрами для черной дыры Шварцшильда.

АХТАРЬЯНОВА Гульназ Фанисовна, Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: akht\_gul@mail.ru

ХИДИРОВ Умурзок Кобилджонович, Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: umurzokhidirov33@gmail.com

ИЗМАЙЛОВ Рамиль Наильевич – к.ф.-м.н., Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: izmailov.ramil@gmail.com

Радиус Эйнштейна  $R_E$  и его угловой радиус  $\theta_E$  для конфигурации линзы, когда звезда-источник находится в балдже Галактики ( $D_S = 8$  кпк и  $D_L = 4$  кпк) и БМО ( $D_S = 50$  кпк и  $D_L = 25$  кпк) при разных значениях радиуса горловины кротовой норы  $r_0$  и параметра отклонения метрики ХКЛ  $\gamma$

$r_0$ (кМ)	$\gamma$	Балдж		БМО	
		$R_E$ (кМ)	$\theta_E$ (мкА)	$R_E$ (кМ)	$\theta_E$ (мкА)
1	0	$4.30 \times 10^8$	$3.48 \times 10^{-9}$	$1.07 \times 10^9$	$1.39 \times 10^{-9}$
1	0.2	$4.44 \times 10^8$	$3.59 \times 10^{-9}$	$1.11 \times 10^9$	$1.43 \times 10^{-9}$
1	0.5	$4.65 \times 10^8$	$3.76 \times 10^{-9}$	$1.16 \times 10^9$	$1.50 \times 10^{-9}$
1	0.95	$4.94 \times 10^8$	$3.99 \times 10^{-9}$	$1.23 \times 10^9$	$1.59 \times 10^{-9}$
10	0	$1.36 \times 10^9$	$1.10 \times 10^{-8}$	$3.40 \times 10^9$	$4.40 \times 10^{-9}$
10	0.2	$1.40 \times 10^9$	$1.13 \times 10^{-8}$	$3.51 \times 10^9$	$4.55 \times 10^{-9}$
10	0.5	$1.47 \times 10^9$	$1.18 \times 10^{-8}$	$3.67 \times 10^9$	$4.40 \times 10^{-9}$
10	0.95	$1.56 \times 10^9$	$1.26 \times 10^{-8}$	$3.90 \times 10^9$	$5.05 \times 10^{-9}$
$10^2$	0	$4.30 \times 10^9$	$3.48 \times 10^{-8}$	$1.07 \times 10^{10}$	$1.39 \times 10^{-8}$
$10^2$	0.2	$4.44 \times 10^9$	$3.59 \times 10^{-8}$	$1.11 \times 10^{10}$	$1.43 \times 10^{-8}$
$10^2$	0.5	$4.65 \times 10^9$	$3.76 \times 10^{-8}$	$1.16 \times 10^{10}$	$1.50 \times 10^{-8}$
$10^2$	0.95	$4.94 \times 10^9$	$3.99 \times 10^{-8}$	$1.23 \times 10^{10}$	$1.59 \times 10^{-8}$
$10^4$	0	$4.30 \times 10^{10}$	$3.48 \times 10^{-7}$	$1.07 \times 10^{11}$	$1.39 \times 10^{-7}$
$10^4$	0.2	$4.44 \times 10^{10}$	$3.59 \times 10^{-7}$	$1.11 \times 10^{11}$	$1.43 \times 10^{-7}$
$10^4$	0.5	$4.65 \times 10^{10}$	$3.76 \times 10^{-7}$	$1.16 \times 10^{11}$	$1.50 \times 10^{-7}$
$10^4$	0.95	$4.94 \times 10^{10}$	$3.99 \times 10^{-7}$	$1.23 \times 10^{11}$	$1.59 \times 10^{-7}$

Фантомные кротовые норы могут быть интересны в том смысле, что они построены из фантомной энергии, определяемой уравнением состояния  $\omega = \rho_r / \rho < -1$ , которая, как предполагается, является возможной причиной космического ускорения на поздних временах.

**Фантомная кротовая нора Харко–Ковакса–Лобо.** Харко, Ковакс и Лобо (ХКЛ) [9] получили метрику кротовой норы, поддерживаемую экзотической материей, которая задается в стандартных координатах как

$$ds^2 = e^{-2r_0/r} dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_0}{r}[1 + \gamma(1 - \frac{r_0}{r})]} - r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2), \quad (1)$$

где  $r_0$  – радиус горловины кротовой норы,  $\gamma$  – безразмерный параметр отклонения, который ограничен в диапазоне  $0 < \gamma < 1$ .

Кротовая нора ХКЛ, как и любая другая кротовая нора, отклоняет свет в обе стороны из-за своей искривленной пространственно-временной структуры. Угол отклонения  $\hat{\alpha}(r)$  кротовой норы ХКЛ имеет вид [10]:

$$\hat{\alpha}(r) = (3 + \gamma) \frac{r_0}{r}, \quad (2)$$

где  $r$  – расстояние наименьшего сближения светового луча. В пределе слабого поля ( $r \rightarrow \infty$ ), угол отклонения становится равным нулю. Тогда угол между линзой (кротовой норой) и источни-

ком  $b$  можно записать в виде уравнения линзы [8].

$$\beta = \frac{b}{D_L} - \frac{D_{LS}}{D_S} \hat{\alpha}(r), \quad (3)$$

где  $b$  – прицельный параметр,  $D_L$  – расстояние от наблюдателя до объекта,  $D_S$  – расстояние от наблюдателя до источника,  $D_{LS}$  – от источника до объекта, соответственно для кротовой норы ХКЛ,  $b \rightarrow r (r \rightarrow \infty)$ . Таким образом, мы получаем

$$\beta = \frac{r}{D_L} - \frac{(3+\gamma)r_0 D_{LS}}{r D_S}, r > 0. \quad (4)$$

Таким же образом для другой стороны линзы,

$$\beta = \frac{r}{D_L} + \frac{(3+\gamma)r_0 D_{LS}}{r D_S}, r < 0. \quad (5)$$

Радиус Эйнштейна кротовой норы ХКЛ, который определяется как радиус изображения круглого кольца в плоскости линзы, получается из (4), полагая  $\beta = 0$ .

Положения изображений могут быть вычислены на основе (4) и (5):

$$\beta = \theta \pm \frac{\theta_E^2}{\theta}, \quad (6)$$

где  $\theta = \frac{r}{D_L}$  угол между изображением и линзой и  $\theta_E = \frac{R_E}{D_L}$  угловой радиус Эйнштейна. Использование приведенных параметров  $\hat{\beta} = \frac{\beta}{\theta_E}$  и  $\hat{\theta} = \frac{\theta}{\theta_E}$ , (6)

приводит к двум квадратным уравнениям:

$$\hat{\theta}^2 - \hat{\beta}\hat{\theta} + 1 = 0, \hat{\theta} > 0. \quad (7)$$

Аналогично,

$$\hat{\theta}^2 - \hat{\beta}\hat{\theta} - 1 = 0, \hat{\theta} < 0. \quad (8)$$

Решая (7) и (8), мы получаем соответственно два реальных решения

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{2} \left( \hat{\beta} + \sqrt{4 + \hat{\beta}^2} \right), \hat{\theta}_1 > 0, \quad (9)$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{1}{2} \left( \hat{\beta} - \sqrt{4 + \hat{\beta}^2} \right), \hat{\theta}_2 < 0. \quad (10)$$

Каждое из этих уравнений имеет один вещественный ( $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ ) корень, с которым мы работаем далее, и два комплексных корня, которыми мы пренебрегаем. В табл. 1 показаны кольцо Эйнштейна и угловые радиусы Эйнштейна для звезды Балджа и звезды в БМО для различных радиусов горловины. Обнаружение отклонения линзой, для которой эйнштейновский радиус меньше звездного радиуса ( $\approx 10^6$  км) и одной звездной массы, в общем случае очень сложно, поскольку большинство особенностей гравитационного линзирования размываются эффектом мелких источников. Таким образом, обнаружить фантомную кротовую нору звездного размера с помощью галактического гравитационного микролинзирования будет очень сложно.

**Кривые блеска.** Метод получения кривых блеска для черных дыр был описан в работе [11], который позднее был использован для кротовых нор [8, 12]. Следуя этому методу, увеличение яркости  $A$  задается как:

$$A = A_1 + A_2 = \left| \frac{\hat{\theta}_1 d\hat{\theta}_1}{\hat{\beta} d\hat{\beta}} \right| + \left| \frac{\hat{\theta}_2 d\hat{\theta}_2}{\hat{\beta} d\hat{\beta}} \right|. \quad (11)$$

Тогда из уравнений (9)–(11) получаем увеличение яркости  $A_{HKL}$  для кротовой норы ХКЛ:

$$A_{HKL} = A_1 + A_2 = \left| \left( 1 - \frac{1}{\hat{\theta}_1^4} \right)^{-1} \right| + \left| \left( 1 - \frac{1}{\hat{\theta}_2^4} \right)^{-1} \right|, \quad (12)$$

где  $A_1, A_2$  – увеличение внешних и внутренних изображений.

Формула движения линзы в зависимости от времени:

$$\hat{\beta} = \sqrt{\hat{\beta}_0^2 + \frac{(t-t_0)^2}{t_E^2}}, \quad (13)$$

где  $\hat{\beta}_0$  – параметр воздействия траектории источника,  $t_0$  – время наибольшего сближения,  $t_E$  – время пересечения радиуса Эйнштейна, заданное формулой

$$t_E = \frac{R_{E_{HKL}}}{v_T}, \quad (14)$$

где  $v_T$  – поперечная скорость линзы относительно источника и наблюдателя. Кривые блеска, полученные из уравнения (12), показаны на рис. 1 и в табл. 2. Кривые блеска, соответствующие микролинзированию черной дырой Шварцшильда, показаны черными линиями для сравнения. Увеличения с помощью кротовой норы ХКЛ, как правило, меньше, чем при микролинзировании Шварцшильда, при этом пики кривых блеска совпадают.

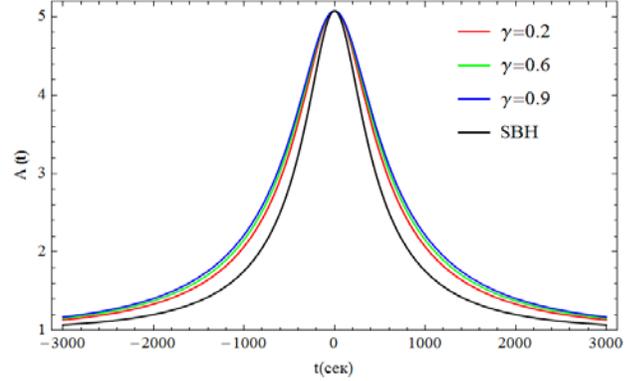


Рис. 1. Кривые блеска кротовой норы ХКЛ и черной дыры Шварцшильда

Из рисунка видно, что кривые блеска кротовой норы при любых значениях параметра  $\gamma$  незначительно отличаются от кривой блеска черной дыры Шварцшильда. При увеличении параметра  $\gamma$  это отличие проявляется более значительно.

В табл. 2 показано время пересечения радиуса Эйнштейна линзой (кротовой норой ХКЛ) для Галактического балджа и БМО в случае, когда они гравитационно связаны и не связаны с Галактикой. Поскольку частота текущих наблюдений микролинзирования ограничена раз в несколько часов, трудно обнаружить событие, для которого временной масштаб составляет менее одного дня. Чтобы обнаружить события с очень длительным временным интервалом ( $t_E \geq 1000$  дней), необходим долгосрочный мониторинг событий. Реалистичный период наблюдения составляет  $\leq 10$  лет. Таким образом, размер горловины кротовой норы, которое мы можем искать, ограничен  $1 \text{ км} \leq r_0 \leq 10^4 \text{ км}$  как для Галактического балджа, так и для БМО, если кротовые норы связаны с нашей Галактикой.

Таблица 2

Время пересечения радиуса Эйнштейна для конфигурации линзы, когда звезда-источник находится в балдже Галактики ( $D_S = 8$  кпк и  $D_L = 4$  кпк) и БМО ( $D_S = 50$  кпк и  $D_L = 25$  кпк) при разных значениях радиуса горловины кротовой норы  $r_0$  и параметра отклонения метрики ХКЛ  $\gamma$ . Здесь (+) – случай, когда кротовая нора гравитационно связана и (-) – гравитационно несвязана,  ${}^c v_T = 220$  км/с,  ${}^a v_T = 5000$  км/с

$r_0$ (км)	$\gamma$	Балдж $t_E$ (день)		БМО $t_E$ (день)	
		Балдж(+) <sup>c</sup>	Балдж(-) <sup>d</sup>	БМО(+) <sup>c</sup>	БМО(-) <sup>d</sup>
1	0	0.0226	0.0009	0.0566	0.0024
1	0.2	0.0233	0.0010	0.0584	0.0025
1	0.5	0.0244	0.0010	0.0611	0.0026
1	0.95	0.0259	0.0011	0.0649	0.0028
10	0	0.0716	0.0031	0.1790	0.0078
10	0.2	0.0739	0.0032	0.1849	0.0081
10	0.5	0.0773	0.0034	0.1934	0.0085
10	0.95	0.082	0.0036	0.2054	0.0090
$10^2$	0	0.2265	0.0099	0.5663	0.0249
$10^2$	0.2	0.2339	0.0102	0.5848	0.0257
$10^2$	0.5	0.2446	0.0107	0.6116	0.0269
$10^2$	0.95	0.2599	0.0114	0.6498	0.0285
$10^4$	0	2.2652	0.0996	5.6631	0.2491
$10^4$	0.2	2.3395	0.1029	5.8488	0.2573
$10^4$	0.5	2.4467	0.1076	6.1169	0.2691
$10^4$	0.95	2.5993	0.1143	6.4982	0.2859

Таблица 3

Оптическая глубина  $\tau$  и частота событий  $\Gamma$  для балджа Галактики ( $D_S = 8$  кпк). Здесь (+) – случай, когда кротовая нора гравитационно связана и (-) – гравитационно несвязана,  ${}^a v_T = 220$  км/с и  $n = 0.147$  пк<sup>-3</sup>,  ${}^b v_T = 5000$  км/с и  $n = 4.97 \times 10^{-9}$  пк<sup>-3</sup>

$r_0$ (км)	$\gamma$	Балдж (+) <sup>a</sup>		Балдж (-) <sup>b</sup>	
		$\tau$	$\Gamma$ (1/год)	$\tau$	$\Gamma$ (1/год)
1	0	$1.40 \times 10^{34}$	$1.07 \times 10^{48}$	$4.73 \times 10^{26}$	$8.28 \times 10^{41}$
1	0.2	$1.49 \times 10^{34}$	$1.14 \times 10^{48}$	$5.05 \times 10^{26}$	$8.83 \times 10^{41}$
1	0.5	$1.63 \times 10^{34}$	$1.25 \times 10^{48}$	$5.52 \times 10^{26}$	$9.66 \times 10^{41}$
1	0.95	$1.84 \times 10^{34}$	$1.41 \times 10^{48}$	$6.23 \times 10^{26}$	$1.09 \times 10^{42}$
10	0	$1.40 \times 10^{35}$	$1.07 \times 10^{49}$	$4.73 \times 10^{27}$	$8.28 \times 10^{42}$
10	0.2	$1.49 \times 10^{35}$	$1.14 \times 10^{49}$	$5.05 \times 10^{27}$	$8.83 \times 10^{42}$
10	0.5	$1.63 \times 10^{35}$	$1.25 \times 10^{49}$	$5.52 \times 10^{27}$	$9.66 \times 10^{42}$
10	0.95	$1.84 \times 10^{35}$	$1.41 \times 10^{49}$	$6.23 \times 10^{27}$	$1.09 \times 10^{43}$
$10^2$	0	$1.40 \times 10^{36}$	$1.07 \times 10^{50}$	$4.73 \times 10^{28}$	$8.28 \times 10^{43}$
$10^2$	0.2	$1.49 \times 10^{36}$	$1.14 \times 10^{50}$	$5.05 \times 10^{28}$	$8.83 \times 10^{43}$
$10^2$	0.5	$1.63 \times 10^{36}$	$1.25 \times 10^{50}$	$5.52 \times 10^{28}$	$9.66 \times 10^{43}$
$10^2$	0.95	$1.84 \times 10^{36}$	$1.41 \times 10^{50}$	$6.23 \times 10^{28}$	$1.09 \times 10^{44}$
$10^4$	0	$1.40 \times 10^{38}$	$1.07 \times 10^{52}$	$4.73 \times 10^{30}$	$8.28 \times 10^{44}$
$10^4$	0.2	$1.49 \times 10^{38}$	$1.14 \times 10^{52}$	$5.05 \times 10^{30}$	$8.83 \times 10^{44}$
$10^4$	0.5	$1.63 \times 10^{38}$	$1.25 \times 10^{52}$	$5.52 \times 10^{30}$	$9.66 \times 10^{44}$
$10^4$	0.95	$1.84 \times 10^{38}$	$1.41 \times 10^{52}$	$6.23 \times 10^{30}$	$1.09 \times 10^{46}$

Оптическая глубина и частота событий для БМО ( $D_S = 50$  кпк). Здесь (+) – случай, когда кротовая нора гравитационно связана и (-) – гравитационно несвязана,  ${}^a v_T = 220$  км/с и  $n = 0.147$  пк $^{-3}$ ,  ${}^b v_T = 5000$  км/с и  $n = 4.97 \times 10^{-9}$  пк $^{-3}$

$r_0$ (км)	$\gamma$	БМО(+) <sup>a</sup>		БМО(-) <sup>b</sup>	
		$\tau$	$\Gamma$ (1/год)	$\tau$	$\Gamma$ (1/год)
1	0	$2.63 \times 10^{50}$	$2.63 \times 10^{50}$	$8.78 \times 10^8$	$2.02 \times 10^{44}$
1	0.2	$2.80 \times 10^{50}$	$2.80 \times 10^{50}$	$9.62 \times 10^8$	$2.15 \times 10^{44}$
1	0.5	$3.07 \times 10^{50}$	$3.07 \times 10^{50}$	$1.07 \times 10^9$	$2.35 \times 10^{44}$
1	0.95	$3.46 \times 10^{50}$	$3.46 \times 10^{50}$	$1.22 \times 10^9$	$2.66 \times 10^{44}$
10	0	$2.63 \times 10^{51}$	$2.63 \times 10^{51}$	$2.77 \times 10^9$	$2.02 \times 10^{45}$
10	0.2	$2.80 \times 10^{51}$	$2.80 \times 10^{51}$	$3.04 \times 10^9$	$2.15 \times 10^{45}$
10	0.5	$3.07 \times 10^{51}$	$3.07 \times 10^{51}$	$3.40 \times 10^9$	$2.35 \times 10^{45}$
10	0.95	$3.46 \times 10^{51}$	$3.46 \times 10^{51}$	$3.88 \times 10^9$	$2.66 \times 10^{45}$
$10^2$	0	$2.63 \times 10^{52}$	$2.63 \times 10^{52}$	$8.78 \times 10^9$	$2.02 \times 10^{46}$
$10^2$	0.2	$2.80 \times 10^{52}$	$2.80 \times 10^{52}$	$9.62 \times 10^9$	$2.15 \times 10^{46}$
$10^2$	0.5	$3.07 \times 10^{52}$	$3.07 \times 10^{52}$	$1.07 \times 10^{10}$	$2.35 \times 10^{46}$
$10^2$	0.95	$3.46 \times 10^{52}$	$3.46 \times 10^{52}$	$1.22 \times 10^{10}$	$2.66 \times 10^{46}$
$10^4$	0	$2.63 \times 10^{54}$	$2.63 \times 10^{54}$	$8.78 \times 10^{10}$	$2.02 \times 10^{48}$
$10^4$	0.2	$2.80 \times 10^{54}$	$2.80 \times 10^{54}$	$9.62 \times 10^{10}$	$2.15 \times 10^{48}$
$10^4$	0.5	$3.07 \times 10^{54}$	$3.07 \times 10^{54}$	$1.07 \times 10^{11}$	$2.35 \times 10^{48}$
$10^4$	0.95	$3.46 \times 10^{54}$	$3.46 \times 10^{54}$	$1.22 \times 10^{11}$	$2.66 \times 10^{48}$

**Оптическая глубина и частота событий.**

Вероятность возникновения события микролинзирования для звезды выражается значением оптической глубины  $\tau$  [8]:

$$\tau = \pi \int_0^{D_S} n(D_L) R_E^2 dD_L,$$

где  $n(D_L)$  – плотность числа кротовой норы в зависимости от прямой видимости. Здесь мы просто предполагаем, что  $n(D_L)$  является постоянной величиной  $n(D_L) = n$ :

$$\begin{aligned} \tau &= \pi n \int_0^{D_S} \frac{D_L(D_S - D_L)r_0(3 + \gamma)}{D_S} dD_L \\ &= \pi n D_S^2 r_0(3 + \gamma) \int_0^1 x(1 - x) dx \\ &\approx 0.52 n D_S^2 r_0(3 + \gamma), \end{aligned}$$

где переменная  $x = D_L/D_S$ .

Частота событий  $\Gamma$ , ожидаемая для исходной звезды, рассчитывается как

$$\begin{aligned} \Gamma &= 2 \int_0^{D_S} n(D_L) R_E v_T dD_L \\ &= 2 n v_T D_S^{3/2} \sqrt{r_0(3 + \gamma)} \int_0^1 \sqrt{x(1 - x)} dx \\ &\approx 1.83 n v_T D_S^{3/2} \sqrt{r_0(3 + \gamma)}. \end{aligned}$$

В табл. 3 и 4 приведены результаты наших расчетов.

Не существует надежного предсказания плотности числа фантомной кротовой норы. Некоторые авторы [13, 14] предполагают, что кротовые норы очень распространены во Вселенной, по крайней мере, так же, как и звезды. Но даже если принять эти предположения, все равно

остается большая неопределенность в значении  $n$ , поскольку плотность распределения кротовых нор в Галактике не уточнено. Оптическая глубина рассчитана для случаев, когда линзы гравитационно связаны и не связаны с балджем Галактики и БМО. В первом случае предполагается, что плотность числа кротовых нор примерно равна плотности звезд в Галактике. Во втором случае предполагается, что кротовые норы равномерно распределены по Вселенной.

**Заключение.** В статье рассмотрен угол отклонения света фантомной кротовой норой Харко–Кавакса–Лобо. С помощью уравнения для угла отклонения света в слабом гравитационном поле рассчитаны параметры гравитационного микролинзирования фантомной кротовой норой ХКЛ, в частности, кривые блеска, оптическая глубина и частота событий. В уравнении рассматривались члены только первого порядка, так как включение членов более высоких порядков не приводит к заметным отличиям от значений кривых блеска с учетом первого порядка.

Рассчитаны кривые блеска для кротовой норы ХКЛ и показана зависимость от параметра метрики  $\gamma$ . Кривые блеска пропорциональны величине параметра  $\gamma$ . Из графика кривых блеска видно, что кривая блеска для кротовой норы ХКЛ при любых значениях параметра  $\gamma$  больше чем для черной дыры Шварцшильда. Показана зависимость частоты событий от радиуса горловины фантомной кротовой норы.

Исследование выполнено за счет гранта Российской государственной академии наук (проект № 23-22-00391).

### Литература

1. Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity // *Am. J. Phys.* 1988. V. 56. P. 395–412.
2. Bronnikov K.A., Fabris J.C., Zhidenko A. On the stability of scalar-vacuum space-times // *European Physical Journal C*. 2011. V. 71. P. 1791.
3. Karimov R.K. Accretion disk around the rotating Damour–Solodukhin wormhole // *The European Physical Journal C. Particles and Fields*. 2019. V. 79. № 11. P. 952.
4. Ахтарьянова Г.Ф. Исследование модели кротовой норы Шварцшильда–Дамура–Солодухина // *Известия Уфимского научного центра РАН*. 2021. № 1. С. 33–38.
5. Измаилов Р.Н. Слабое гравитационное линзирование черными дырами с зарядом // *Известия Уфимского научного центра РАН*. 2023. № 1. С. 32–37.
6. Can massless wormholes mimic a Schwarzschild black hole in the strong field lensing? / R.N. Izmailov, E.R. Zhdanov, K.K. Nandi [et al.] // *European Physical Journal Plus*. 2019. V. 134. № 8. P. 384.
7. Cramer J.G., Forward R.L., Morris M.S., Visser M., Benford G., Landis G.A. Natural wormholes as gravitational lenses // *Phys. Rev.* 1995. D. 51. P. 3117.
8. Abe F. Gravitational Microlensing by the Ellis Wormhole // *J. Astrophys.* 2010. V. 725. P. 787.
9. Harko T., Kovacs Z., Lobo F.S.N. Electromagnetic signatures of thin accretion disks in wormhole geometries // *Physical Review D*. 2008. V. 78. № 8. p. 084005.
10. Lukmanova R.F. Gravitational lensing by Morris – Thorne type wormhole // *Chelyabinsk Physical and Mathematical Journal*. 2019. V. 4. № 1. P. 118–124.
11. Paczynski B. Gravitational Microlensing by the Galactic Halo // *The Astrophysical Journal*. 1986. V. 304. P. 1–5.
12. Gravitational Microlensing by Ellis Wormhole: Second Order Effects / R. Lukmanova, A. Kulbakova, R. Izmailov, A.A. Potapov // *International Journal of Theoretical Physics*. 2016. V. 55. № 11. P. 4723–4730.
13. Krasnikov S. Traversable wormhole // *Physical Review D*. 2000. V. 62. P. 084028.
14. Lobo F.S.N. Exotic solutions in General Relativity: Traversable wormholes and 'warp drive' spacetimes. 2007, arXiv:0710.4474v1 [gr-qc]

### References

1. Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity // *Am. J. Phys.*, 1988, vol. 56, pp. 395–412.
2. Bronnikov K.A., Fabris J.C., Zhidenko A. On the stability of scalar-vacuum space-times // *European Physical Journal C*, 2011, vol. 71, pp. 1791.
3. Karimov R.K. Accretion disk around the rotating Damour–Solodukhin wormhole // *The European Physical Journal C. Particles and Fields*, 2019, vol. 79, no. 11. p. 952.
4. Akhtar'yanova G.F. Issledovanie modeli krotovoy nory Shvartsshil'da-Damura-Solodukhina // *Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN*, 2021, no. 1, pp. 33–38.
5. Izmailov R.N. Slaboe gravitatsionnoe linzirovanie chernymi dyrami s zaryadom // *Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN*, 2023, no. 1, pp. 32–37.
6. Can massless wormholes mimic a Schwarzschild black hole in the strong field lensing? / R.N. Izmailov, E.R. Zhdanov, K.K. Nandi [et al.] // *European Physical Journal Plus*, 2019, vol. 134, no. 8, p. 384.
7. Cramer J.G., Forward R.L., Morris M.S., Visser M., Benford G., Landis G.A. Natural wormholes as gravitational lenses // *Phys. Rev.*, 1995, D. 51, p. 3117.
8. Abe F. Gravitational Microlensing by the Ellis Wormhole // *J. Astrophys.*, 2010, vol. 725, p. 787.
9. Harko T., Kovacs Z., Lobo F.S.N. Electromagnetic signatures of thin accretion disks in wormhole geometries // *Physical Review D*, 2008, vol. 78, no. 8, p. 084005.
10. Lukmanova R.F. Gravitational lensing by Morris – Thorne type wormhole // *Chelyabinsk Physical and Mathematical Journal*, 2019, vol. 4, no. 1, pp. 118–124.
11. Paczynski B. Gravitational Microlensing by the Galactic Halo // *The Astrophysical Journal*, 1986, vol. 304, pp. 1–5.
12. Gravitational Microlensing by Ellis Wormhole: Second Order Effects / R. Lukmanova, A. Kulbakova, R. Izmailov, A.A. Potapov // *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, vol. 55, no. 11, pp. 4723–4730.
13. Krasnikov S. Traversable wormhole // *Physical Review D*, 2000, vol. 62, p. 084028.
14. Lobo F.S.N. Exotic solutions in General Relativity: Traversable wormholes and 'warp drive' spacetimes, 2007, arXiv:0710.4474v1 [gr-qc]

## MICROLENSING BY HARKO-KOVACS-LOBO PHANTOM WORMHOLE

© G.F. Akhtaryanova, U.K. Khidirov, R.N. Izmailov

Akmullah Bashkir State Pedagogical University,  
3a, ulitsa Oktyabrskoy revolyutsii, 450008, Ufa, Russian Federation

This work investigates gravitational microlensing by a phantom wormhole. Gravitational microlensing is the effect of light bending in a gravitational field, in which one or more images of a light source appear and, in a particular case, an Einstein ring may appear. Gravity microlensing can be used as a possible observation method to detect or rule out the existence of wormholes. In this work, the Harko–Kovacs–Lobo (HKL) wormhole will be examined as a lens. Using the lens equation and the definition of the Einstein radius, we find the angular positions of the physical image inside and outside the Einstein ring. The work contains a comparative analysis of the light curves of the Schwarzschild black hole and the HKL wormhole.

Keywords: wormhole, light curves, microlensing.