

УДК 524.882

DOI: 10.31040/2222-8349-2024-0-1-18-23

**ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ЗАПАЗДЫВАНИЕ СИГНАЛОВ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ
ВРАЩАЮЩИХСЯ УСКОРЯЮЩИХСЯ ЧЕРНЫХ ДЫР**

© Г.Ю. Тулеганова, Р.Х. Каримов, А.М. Шихова

Исследован потенциально наблюдаемый эффект – относительное запаздывание сигналов – в решении пары вращающихся ускоряющихся черных дыр, называемый S -метрикой. S -метрика, предложенная Гриффитс и Подольским, является точным решением уравнений Эйнштейна. Метрика характеризуется массой, угловым моментом и параметром ускорения и сводится к решению Керра при обнулении параметра ускорения. Относительное запаздывание сигналов возникает, если два луча света исходят из переменного источника, находящегося за вращающейся гравитационной линзой. Проходя по разные стороны от линзы, лучи прибывают к наблюдателю с некоторой разницей во времени. Разница во времени возникает за счет увлечения инерциальных систем отсчета из-за вращения линзы. Черные дыры, описываемые S -метрикой, обладают угловым моментом, необходимым для возникновения эффекта относительного запаздывания сигналов. Для расчета относительного запаздывания сигналов был применен метод Дымниковой в приближении тонкой линзы. Выражение для относительного запаздывания было разложено в ряд для определения влияния параметра ускорения S -метрики. В результате было получено, что относительное запаздывание сигналов в ведущем порядке для S -метрики не зависит от массы черных дыр и параметра ускорения, а зависит только от углового момента. В поправках относительное запаздывание сигналов для S -метрики отличается от поправок к запаздыванию в решении Керра наличием влияния свободного параметра ускорения S -метрики.

Для оценки измеримости влияния параметра ускорения на относительное запаздывание сигналов были получены численные значения запаздывания для диапазона ускорений. Численные значения рассчитали, подставив наблюдаемые данные реалистичных конфигураций пульсар – черная дыра в выражение для относительного запаздывания сигналов. Полученные численные оценки показывают, что величина относительного запаздывания сигналов в первом порядке измерима при возможностях современной техники. Учитывая, что все изученные ранее решения объектов с помощью относительного запаздывания имели влияние массы, то численные значения запаздывания в S -метрике существенно отличаются. Поэтому черные дыры, описываемые S -метрикой, можно отличить от черных дыр, описываемых ранее изученными решениями, с помощью потенциальных наблюдаемых данных относительного запаздывания. Однако поправки, содержащие влияние параметра ускорения, слишком малы, чтобы учесть их влияние.

Ключевые слова: относительное запаздывание сигналов, ускоряющиеся черные дыры, S -метрика.

Введение. Эффект относительного запаздывания сигналов впервые был предложен И. Дымниковой, и рассмотрен для решения Керра [1]. Дымникова сравнивала относительное запаздывание с широко известным эффектом Шапиро, который по-другому называется гравитационной задержкой сигнала. Эффект Шапиро возникает из-за гравитирующей массы и проявляется как замедление времени прохождения электромагнитного сигнала вблизи

массивного объекта по сравнению с его отсутствием. Эффект Шапиро не зависит от наличия углового момента массивного объекта, и для его наблюдения нет необходимости в линзирующей системе. Относительное запаздывание сигналов возникает в линзирующей системе (рис. 1), то есть два луча света, исходящие от источника S , должны пройти по разные стороны от гравитационной линзы L . При этом луч света, прошедший по ходу вращения линзы

ТУЛЕГАНОВА Гулира Юлдашевна – к.ф.-м.н., Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: gulira.tuleganova@yandex.ru

КАРИМОВ Рамис Хамитович – к.ф.-м.н., Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: karimov_ramis_92@mail.ru

ШИХОВА Анастасия Михайловна, Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: anastasiashikhova@yandex.ru

(верхний луч), приходит к наблюдателю O раньше, чем луч света, прошедший с противоположной стороны. Длина пути луча света со стороны, где он идет по ходу вращения линзы, будет меньше, чем длина пути луча света с противоположной стороны. Эта разница во времени прибытия лучей и называется относительным запаздыванием сигналов. Эта задержка возникает за счет эффекта увлечения инерциальных систем отсчета.

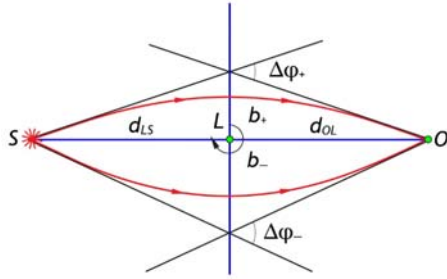


Рис. 1. Схема относительного запаздывания сигналов в экваториальной плоскости гравитационной линзы: S – источник света, испускающий периодические импульсы; L – гравитационная линза; O – наблюдатель; b_+ и b_- – прицельные параметры; $\Delta\phi_+$ и $\Delta\phi_-$ углы отклонения световых лучей; d_{LS} – расстояние между линзой и источником сигналов; d_{OL} – расстояние от точки наблюдения до линзы

Однако если источник света будет испускать постоянный сигнал, наблюдение относительного запаздывания будет невозможно, так как сигналы будут сливаться. Наблюдение запаздывания будет возможно, только если источник будет испускать периодические сигналы. В этом случае наблюдатель получит несколько изображений источника с некоторой разностью фаз в периодических импульсах источника. Эта разность фаз и будет являться относительным запаздыванием сигналов.

Таким образом, в отличие от эффекта Шапиро, для возникновения относительного запаздывания сигналов необходима линзирующая система с вращающейся линзой и источником, испускающим периодические сигналы. Хотя эффект Шапиро в линзирующей системе также будет присутствовать, его влияние на оба луча света одинаково, поэтому на относительное запаздывание сигналов эффект Шапиро не влияет.

В данной работе в качестве вращающейся линзы будет рассмотрена пара вращающихся черных дыр с ускорением, описываемых S -метрикой. Физическая интерпретация S -метрики интересна сама по себе, некоторые аспекты в применении к относительному запаздыва-

нию сигналов будут отмечены в последнем разделе работы. Для оценки численных значений относительного запаздывания рассмотрим реалистичную конфигурацию линзирующей системы с источником периодических сигналов – пульсар – черная дыра Лебедь X-1.

Общий вид уравнения задержки времени прибытия сигналов. Для получения уравнения для относительного запаздывания сигналов, рассмотрим общий вид метрики черной дыры в покомпонентном виде:

$$d\tau^2 = g_{tt}dt^2 + 2g_{t\phi}dtd\phi - g_{rr}dr^2 - g_{\theta\theta}d\theta^2 - g_{\phi\phi}d\phi^2. \quad (1)$$

Поскольку сигналы исходят от источника, находящегося позади вращающейся черной дыры, нулевая геодезическая на экваториальной плоскости ($\theta = \pi/2$) определяется как $d\tau_2 = 0$. Поэтому время, необходимое для световых лучей для прохождения по нулевой геодезической, определяется по формуле

$$dt_{\pm} = \frac{d\phi}{g_{t\phi}} [-g_{t\theta} \pm h(r, \phi)], \quad (2)$$

где

$$h(r, \phi) = \sqrt{g_{t\phi}^2 - g_{tt} \left\{ g_{rr} \left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 + g_{\phi\phi}^2 \right\}}. \quad (3)$$

Предполагается, что координатное время будет положительным для сигналов, проходящих по обе стороны от линзы, поэтому оба значения dt_- и dt_+ положительны. Таким образом относительное запаздывание сигналов на наблюдателе также положительно:

$$dt = dt_- - dt_+ = \frac{|d\phi|}{g_{t\phi}} [g_{t\phi} + h(r, \phi)] - \frac{|d\phi|}{g_{t\phi}} [g_{t\phi} - h(r, \phi)] = \frac{2g_{t\phi}}{g_{t\phi}} [d\phi]. \quad (4)$$

Запаздывание dt появляется за счет эффекта увлечения инерциальных систем отсчета, который определяется двумя компонентами метрики $\left(\frac{2g_{t\phi}}{g_{t\phi}} \right)$. Подобное выражение было получено Дымниковой [1].

Следующий шаг в исследовании относительного запаздывания сигналов был сделан Измаиловым и др. [2], которые применили приближение тонкой линзы и разложили в ряд выражение для относительного запаздывания для изучения влияния свободного параметра решения Йоханнсена. Эти же принципы в дальнейшем были применены и для других решений теорий гравитации, содержащих свободные параметры [3–5]. В гравитационном линзировании приближение тонкой линзы (рис. 2) применяется, так как расстояния между источником, лин-

зой и наблюдателем несоизмеримо больше, чем прицельный параметр, где происходит плавный изгиб света [6]. Поэтому можно считать, что свет распространяется по прямым линиям, а изгиб происходит только в точках P и Q .

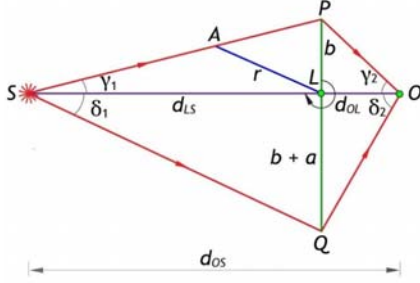


Рис. 2. Схема приближения тонкой линзы: S – источник переменного сигнала; L – гравитационная линза; O – наблюдатель. Углы произвольные и значительно преувеличенные для наглядности

Разложение в ряд позволяет качественно оценить влияние свободных параметров решений теорий гравитации на относительное запаздывание сигналов. Применив общую формулу (2) к решению Керра и разложив $\left(\frac{2g_{t\phi}}{g_{tt}}\right)$ в ведущем порядке по a и в поправках по (M/r) , получено [2]:

$$|dt| = |d\phi| \left(\frac{1}{c}\right) \left[\frac{4aM}{r} \lambda_1 + \frac{2aM^2}{r^2} \lambda_2 + \frac{8aM^3}{r^3} \lambda_3 \right], \quad (5)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – это коэффициенты, содержащие свободные параметры решений модифицированных теорий гравитаций.

Общее относительное запаздывание сигналов составляет

$$\Delta t = \left(\frac{1}{c}\right) \int_0^\pi d\phi \left[\frac{4aM}{r} \lambda_1 + \frac{2aM^2}{r^2} \lambda_2 + \frac{8aM^3}{r^3} \lambda_3 \right]. \quad (6)$$

Вычисление интеграла необходимо для определения положения вращающейся линзы в начале полярной системы координат на экваториальной плоскости ($\theta = \pi/2$). Далее необходимо получить явные выражения для $\Delta t_1, \Delta t_2$ и Δt_3 в приближении тонкой линзы на конечном расстоянии.

Относительное запаздывание сигналов в S -метрике. В работе рассматривается незаряженная S -метрика с нулевой космологической константой, которая представляет собой обобщенную систему из двух черных дыр Керра, движущихся в противоположных направлениях с ускорением. S -метрика в координатах Бойера–Линдквиста имеет вид [7]:

$$d\tau^2 = g_{tt} dt^2 + 2g_{t\phi} dt d\phi - g_{rr} dr^2 - g_{\theta\theta} d\theta^2 - g_{\phi\phi} d\phi^2, \quad (7)$$

где компоненты метрики равны

$$\begin{aligned} g_{tt} &= \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{1}{\Sigma} (Q - a^2 P \sin^2 \theta), \\ g_{t\phi} &= \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{2a \sin^2 \theta}{\Sigma} (Q - P(r^2 + a^2)), \\ g_{\phi\phi} &= \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{\Sigma} (P(r^2 + a^2)^2 - a^2 Q \sin^2 \theta), \\ g_{rr} &= \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{\Sigma}{Q}, \quad g_{\theta\theta} = \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{\Sigma}{P}, \end{aligned}$$

с функциями, имеющими вид:

$$\begin{aligned} \Omega &= 1 - \alpha r \cos \theta, \quad \Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \\ P &= 1 - 2\alpha M \cos \theta + a^2 \alpha^2 \cos^2 \theta, \\ Q &= \Delta(1 - \alpha^2 r^2), \quad \Delta = r^2 - 2Mr + a^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь M и a – масса и угловой момент вращения пары черных дыр соответственно, α – свободный параметр, обозначающий ускорение.

Вращающаяся S -метрика имеет три горизонта. Внутренний (Коши) и внешний (события) горизонты определяются с использованием метрической компоненты Q в уравнениях (7)–(8), которые заданы в следующем виде [8]:

$$r_i = M - \sqrt{M^2 - a^2}, \quad r_h = M + \sqrt{M^2 - a^2}.$$

Третий горизонт, называемый горизонтом ускорения, образуется в результате эффекта ускорения и определяется как

$$r_\alpha = \alpha^{-1}.$$

При этом расположение горизонтов связано соотношением $r_i \leq r_h \leq r_\alpha$, а наблюдаемая область пространства-времени определена в диапазоне $r_h < r < r_\alpha$. Эти три горизонта представляют собой два типа экстремальных черных дыр. Во-первых, когда внутренний и внешний горизонты совпадают, образуется экстремальная черная дыра типа Керра. Во-вторых, при совпадении внешнего и ускоряющего горизонтов образуется экстремальная черная дыра типа Нарий. Кроме того, горизонт ускорения играет роль космологического горизонта, даже если космологическая постоянная равна нулю [8].

Применив алгоритм, описанный в формулах (1)–(6) к S -метрике, получим:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \left(\frac{1}{c}\right) \int_0^\pi d\phi \left[2a + \frac{2aM^2}{\kappa^2 r^2} + \frac{4aM}{\kappa^2 r^3} \right] \\ &\equiv \frac{1}{c} (I_1 + I_2 + I_3) = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\kappa = \alpha M$ содержит параметр ускорения α . Из уравнения (9) видно, что относительное запаздывание сигналов в ведущем порядке зависит только от углового момента пары черных дыр, и не зависит от других характеристик, в отличие от ранее исследованных решений [2–5]. Влияние массы и свободного параметра S -метрики появляется в поправочных членах.

В таблице приведены численные оценки компонент Δt_1 , Δt_2 и Δt_3 для двойной системы пульсар – Лебедь X-1 в С-метрике

$\kappa = \alpha M$	$\Delta t_1, c$	$\Delta t_2, c$	$\Delta t_3, c$
-1	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$0.2 \cdot 10^{-12}$	$1.2 \cdot 10^{-17}$
-0.8	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$0.4 \cdot 10^{-12}$	$1.8 \cdot 10^{-17}$
-0.6	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$0.7 \cdot 10^{-12}$	$3.3 \cdot 10^{-17}$
-0.4	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$1.7 \cdot 10^{-12}$	$7.5 \cdot 10^{-17}$
-0.2	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$7.0 \cdot 10^{-12}$	$30.9 \cdot 10^{-17}$
0	$8.7 \cdot 10^{-4}$	расходится	расходится
0.2	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$7.0 \cdot 10^{-12}$	$30.9 \cdot 10^{-17}$
0.4	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$1.7 \cdot 10^{-12}$	$7.5 \cdot 10^{-17}$
0.6	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$0.7 \cdot 10^{-12}$	$3.3 \cdot 10^{-17}$
0.8	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$0.4 \cdot 10^{-12}$	$1.8 \cdot 10^{-17}$
1	$8.7 \cdot 10^{-4}$	$0.2 \cdot 10^{-12}$	$1.2 \cdot 10^{-17}$

Интегрируя по секторам выражение (9) для четырех прямых (рис. 4), получим компоненты относительного запаздывания сигналов:

$$\Delta t_1 = \frac{l_1}{c} = \frac{4a\pi}{c}, \quad (10)$$

$$\Delta t_2 = \frac{l_2}{c} = \frac{aM^2}{\kappa^2 c \chi^2 d_{OL}^2} [B\pi - \chi A + \{A + [B + (a^2 + 2ab + 2b^2)d_{OL}^2]\pi\}\chi^2], \quad (11)$$

$$\Delta t_3 = \frac{l_3}{c} = \frac{8aM^3}{\kappa^2 c d_{OL}^2} \left[4 + \frac{4d_{OL}^3}{b^3} + \frac{4d_{OL}^3}{F^3} - \frac{4}{\chi^3} + \frac{c}{b^2\chi} + \frac{c}{F^2\chi} + \frac{D}{b^2\chi} + \frac{D}{F\chi^2} \right], \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} A &= 2bd_{OL}(a+b)(a+2b), \\ B &= b^2(a+b)^2, \\ C &= 3d_{OL}^2(\chi-1), \\ D &= 3d_{OL}(1+\chi^2), \\ F &= a+b. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь a – угловой момент, M – масса, b – прицельный параметр, d_{OL} – расстояние между наблюдателем и парой черных дыр, $\chi = d_{LS}/d_{OL}$ – коэффициент, определяющий соотношение между двумя расстояниями, где d_{LS} – расстояние между парой черных дыр и источником сигналов. Оба расстояния, масса и прицельный параметр – потенциально наблюдаемые характеристики, а угловые моменты черных дыр оцениваются в литературе по косвенным данным. Оценим численные значения относительного запаздывания сигналов для реалистичной линзирующей системы пульсар – черная дыра Лебедь X-1, подставив значения параметров в полученные выше уравнения.

Оценка численных значений и выводы.

Рассмотрим реалистичный пример двойной

системы пульсар – Лебедь X-1. Значения параметров черной дыры a , M и d_{OL} взяты из [9]. С-метрика интерпретируется как пара черных дыр, между которыми есть так называемая «распорка». За счет «распорки» черные дыры удаляются друг от друга с ускорением, которое характеризуется параметром α . За M примем центр масс черных дыр, за a – общий угловой момент пары черных дыр. Естественно предположить, что направления вращения обеих черных дыр совпадают. Чтобы черные дыры действовали как одна линза, необходимо, чтобы они располагались достаточно близко друг к другу. Расстояние между линзой и источником сигналов d_{LS} было принято на порядок меньше, чем расстояние между линзой и наблюдателем d_{OL} через соотношение $d_{LS} = \chi d_{OL}$, где $\chi = 0.1$. Этот выбор мотивирован практическими соображениями, когда ожидается, что пульсар будет вращаться вокруг линзы на порядок ближе, чем расстояние d_{OL} .

Полученные численные оценки показывают, что величина относительного запаздывания сигналов в первом порядке измерима при возможностях современной техники. Точность измерения промежутков времени в двойных системах составляет порядка микросекунд [10]. Учитывая, что все изученные ранее решения объектов с помощью относительного запаздывания имели влияние массы, то численные значения запаздывания в С-метрике существенно отличаются. Поэтому черные дыры, описываемые С-метрикой, можно отличить от черных дыр, описываемых ранее изученными решениями, с помощью потенциальных наблюдае-

мых данных относительного запаздывания. Однако существование «распорки» сомнительно с точки зрения физики, поэтому даже при измеримости относительного запаздывания исследование представляет скорее академический интерес. Поправки, содержащие влияние параметра ускорения, слишком малы, чтобы учесть их влияние.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-22-00391)

Литература

1. Дымникова И.Г. Движение частиц и фотонов в гравитационном поле вращающегося тела. Памяти Владимира Афанасьевича Рубана // Усп. физ. наук. 1986. Т. 148. С. 393–432.
2. Izmailov R.N., Zhdanov E.R., Bhadra A., Nandi K.K. Relative time delay in a spinning black hole as a diagnostic for no-hair theorem // Eur. Phys. J. C. 2019. V. 79. P. 105.
3. Tulegenova G.Y., Izmailov R.N., Karimov R.Kh., Potapov A.A., Nandi K.K. Times of arrival (TOA) of signals in the Kerr-MOG black hole // Gen. Relativ. Gravit. 2020. V. 52. P. 31.
4. Tulegenova G.Y., Muhamadiev L.Y. Relative time delay in Bumblebee gravity // Astrophys. Space Sc. 2021. V. 366. P. 8.
5. Тулеганова Г.Ю. Влияние заряда в черной дыре Бардина на относительное запаздывание сигналов // Известия Уфимского научного центра РАН. 2022. № 1. С. 47–51.
6. Hartle J.B. Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity / Ed. By Pearson Inc. San Francisco, 2013. 553 p.
7. Griffiths J.B., Podolsky J. Accelerating and rotating black holes // Class. Quant. Grav. 2005. V. 22. P. 3467–3480.
8. Gwak B. Quasinormal modes in near-extremal spinning C -metric // Eur. Phys. J. Plus. 2023. V. 138. P. 582.
9. Gou L. et al. The Extreme Spin of the Black Hole in Cygnus X-1 // Astrophys. J. 2011. V. 742. P. 85.
10. Arzoumanian Z. Radio Observations of Binary Pulsars: Clues to Binary Evolution and Tests of General Relativity: Диссертация на соискание степени PhD // Princeton University. Princeton, 1995.

References

1. Dymnikova I.G. Dvizhenie chastits i fotonov v gravitatsionnom pole vrashchayushchegosya tela. Pamyati Vladimira Afanas'evicha Rubana // Usp. fiz. nauk, 1986, vol. 148, pp. 393–432.
2. Izmailov R.N., Zhdanov E.R., Bhadra A., Nandi K.K. Relative time delay in a spinning black hole as a diagnostic for no-hair theorem // Eur. Phys. J. C., 2019, vol. 79, 105 p.
3. Tulegenova G.Y., Izmailov R.N., Karimov R.Kh., Potapov A.A., Nandi K.K. Times of arrival (TOA) of signals in the Kerr-MOG black hole // Gen. Relativ. Gravit, 2020, vol. 52, 31 p.
4. Tulegenova G.Y., Muhamadiev L.Y. Relative time delay in Bumblebee gravity // Astrophys. Space Sc., 2021, vol. 366, 8 p.
5. Tulegenova G.Yu. Vliyanie zaryada v chernoy dyre Bardina na otnositel'noe zapazdyvanie signalov // Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, 2022, no. 1, pp. 47–51.
6. Hartle J.B. Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity / Ed. By Pearson Inc. San Francisco, 2013, 553 p.
7. Griffiths J.B., Podolsky J. Accelerating and rotating black holes // Class. Quant. Grav., 2005, vol. 22, pp. 3467–3480.
8. Gwak B. Quasinormal modes in near-extremal spinning C -metric // Eur. Phys. J. Plus., 2023, vol. 138, 582 p.
9. Gou L. et al. The Extreme Spin of the Black Hole in Cygnus X-1 // Astrophys. J., 2011, vol. 742, 85 p.
10. Arzoumanian Z. Radio Observations of Binary Pulsars: Clues to Binary Evolution and Tests of General Relativity: Dissertatsiya na soiskanie stepeni PhD // Princeton University. Princeton, 1995.



RELATIVE TIME DELAY IN ACCELERATING ROTATING BLACKHOLE SPACETIME

© G.Y. Tulegenova, R.Kh. Karimov, A.M. Shihova

Akmullah Bashkir State Pedagogical University,
3a, ulitsa Oktyabrskoy revolyutsii, 450008, Ufa, Russian Federation

The paper studies a potentially observable effect – relative time delay – on the background of the rotating accelerating black holes, called the C -metric. The C -metric proposed by Griffiths and Podolsky is an exact solution to Einstein's equations. The metric is characterized by mass, angular momentum and acceleration parameter, and

is reduced to Kerr's solution when the acceleration parameter is zero. Relative time delay occurs if two light beams come from a variable source located behind a rotating gravitational lens. Passing on opposite sides of the lens, the rays arrive at the observer with a time difference. The time difference arises due to the frame dragging effect. Black holes described by the C -metric have the angular momentum which is necessary to occur the relative time delay. To calculate the relative delay of signals, the Dymnikova method was used. The expression for the relative delay was expanded into a series to determine the influence of the acceleration parameter of the C -metric. It was found that the relative time delay in the leading order for the C -metric does not depend on the mass of black holes and the acceleration parameter, but depends only on the angular momentum. In the corrections, the relative time delay for the C -metric differs from the corrections to the delay in the Kerr solution by the influence of the free parameter of the C -metric.

To estimate the influence of the acceleration parameter on the relative time delay, numerical delay values were obtained for a range of accelerations. Numerical values were calculated by substituting observed data from realistic pulsar–black hole configurations into the expression for the relative signal delay. The obtained numerical estimates show that the magnitude of the relative time delay in the first order is measurable with the capabilities of modern technology. Considering that all previously studied solutions of objects using relative delay had the influence of mass, the numerical values of the delay in the C -metric are significantly different. Therefore, black holes described by the C -metric can be distinguished from previously studied black hole solutions using potential observations of relative time delay. However, the corrections containing the influence of the acceleration parameter are too small to take their influence into account.

Keywords: Relative time delay, accelerating blackholes, C -metric.