

УДК 524.882

DOI: 10.31040/2222-8349-2023-0-1-81-85

ПРОЦЕСС АККРЕЦИИ НА БЕЗМАССОВУЮ КРотовУЮ НОРУ ГУЛАРТА

© Р.М. Юсупова

Кротовые норы – топологические тоннели в пространстве. На данный момент эти объекты остаются чисто теоретическими, однако их существование не опровергнуто экспериментально. Главным условием существования кротовых нор является то, что материя, из которой состоит кротовая нора, должна быть экзотической, т.е. должно нарушаться, как минимум, нулевое энергетическое условие $\rho + p_r > 0$, где ρ – плотность энергии, p_r – давление по радиальной координате r . В классической физике принято считать, что материя не может нарушать нулевое энергетическое условие, однако эксперименты, проведенные в лабораториях при изучении эффекта Казимира, показали, что могут существовать отрицательные плотности $\rho < 0$. В космологическом масштабе отрицательной плотностью обладает темная энергия. Это понятие ввели, чтобы объяснить причину ускоренного расширения Вселенной. Считается, что темная энергия вызывает антигравитационный эффект и нарушает нулевое энергетическое условие. Хотя природа темной энергии до сих пор остается неясной, можно предположить, что кротовые норы состоят из данного вида энергии.

В работе предлагается рассмотреть аккрецию темной энергии и нефантомной материи (пыли, жесткой материи, квинтэссенции) на безмассовую кротовую нору со скалярным полем. Аккреция – это процесс захвата вещества массивным объектом (нейтронной звездой, черной дырой и т.д.) из близлежащего пространства, который приводит к изменению массы центрального объекта. Данный процесс является широко распространенным явлением во Вселенной и отвечает за формирование звезд и планет. Существует гипотеза, что сверхмассивные черные дыры в центрах спиральных и эллиптических галактик могли сформироваться благодаря аккреции.

В результате проведения анализа процесса аккреции на кротовую нору, было установлено, что при аккреции темной энергии ($\rho < 0$) масса центрального объекта возрастает.

Ключевые слова: аккреция, темная энергия, кротовая нора, космологическое уравнение состояния.

Введение. Модель, описывающая процесс аккреции в Ньютоновском приближении, впервые была предложена Х. Бонди [1]. Позже Мишель [2] применил эту модель и для релятивистских объектов, а именно в случае черной дыры Шварцшильда. На сегодняшний день проблема аккреции остается актуальной и по данной теме проделано много работ. Например, в [3–6] были определены свойства аккреционных дисков черных дыр и кротовых нор, в [7, 8] исследовался процесс аккреции на кротовые норы.

Рассмотрим обобщенную статичную сферически-симметричную метрику [9, 10]:

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + \frac{1}{B(r)}dr^2 + C(r)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1)$$

где $A(r) > 0, B(r) > 0, C(r) > 0$ – метрические функции, зависящие только от r . Тогда, используя закон сохранения энергии-импульса

$0 = T_{\mu}^{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{-g}} (\sqrt{-g} T^{\mu\nu})_{,\mu} + \Gamma_{\alpha\mu}^{\nu} T^{\alpha\mu}$, получим основные уравнения скорости и плотности жидкости:

$$(\rho + p) \sqrt{u^2 + B(r)} \sqrt{\frac{A(r)}{B(r)}} C(r) = A_1, \quad (2)$$

$$\frac{(\rho+p)}{\rho} \sqrt{u^2 + B(r)} \sqrt{\frac{A(r)}{B(r)}} = A_2, \quad (3)$$

где u – 4-х скорость, A_1, A_2 – постоянные интегрирования. В работе выбраны произвольные значения $A_1 = 1, A_2 = 1$.

Темп аккреции \dot{M} определяется по формуле:

$$\dot{M} = 4\pi A_3 M^2 (\rho + p), \quad (4)$$

где $M = 1, A_3 = A_2 * A_4 / (1 + \omega), A_4 = 4$.

Для вычисления потока жидкости на массивный объект, предполагается, что поток испытывает гладкий переход через критическую точку, т.е. при дифференцировании уравнений (2) и (3) можно получить выражение:

$$\left(V^2 - \frac{u^2}{u^2+B} \right) \frac{du}{u} + \left((V^2 - 1) \left(\frac{A'}{A} - \frac{B'}{B} \right) + \frac{C'}{C} V^2 - \frac{B'}{2(u^2+B)} \right) dr = 0. \quad (6)$$

Если в (6) приравнять две скобки нулю, можно найти критические точки аккреции при $r = r_c$, т.н. звуковые точки или критические – это точки, в которых скорость движущейся жидкости равна скорости звука:

$$V^2 = \frac{u_c^2}{u_c^2+B(r_c)}, \quad (7)$$

$$(V_c^2 - 1) \left[\frac{A'(r_c)}{A(r_c)} - \frac{B'(r_c)}{B(r_c)} \right] + \frac{A'(r_c)}{A(r_c)} V_c^2 = \frac{B'(r_c)}{2(u_c^2+B(r_c))}. \quad (8)$$

После разделения величин V_c^2 и u_c^2 можно получить:

$$u_c^2 = \frac{B(r)C(r)A'(r)}{2A(r)C'(r)}, \quad (9)$$

$$V_c^2 = \frac{C(r)A'(r)}{C(r)A'(r)+2A(r)C'(r)}, \quad (10)$$

где u_c – скорость жидкости, равная скорости звука, V_c – скорость звука, зависящая от геометрии пространства-времени.

Важно отметить, что V_c^2 и u_c^2 не могут быть отрицательными, так как:

$$\frac{A'(r_c)}{C'(r_c)} > 0. \quad (11)$$

Из уравнения (11) следует, что для заданных метрических компонент можно найти критический радиус в рассматриваемом пространстве-времени.

Предполагается, что аккрецирующая жидкость является изотропной идеальной жидкостью. Для идеальной жидкости справедливо баротропное уравнение:

$$p = \omega \rho, \quad (5)$$

где p – давление, ρ – плотность жидкости, ω – параметр состояния. В работе рассматриваются 4 типа жидкости, различающиеся значением параметра состояния: пыль ($\omega = 0$); жесткая материя ($\omega = 1$); квинтэссенция ($-1 < \omega < -1/3$); темная энергия ($\omega < -1$).

Безмассовая кротовая нора Гуларта.

В работе рассматривается решение для безмассовой кротовой норы со скалярным полем в теории Максвелла–Эйнштейна в сферических координатах (t, r, θ, φ) [11]. Такое поле содержит в себе метрику $g_{\mu\nu}$, калибровочное A_μ и дилатонное поле φ , а сам дилатон экспоненциально связан с напряженностью электрического поля [12]. Действие имеет вид:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - W(\varphi) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}), \quad (12)$$

где $W(\varphi) = e^{-2\varphi}$.

Тензор электромагнитного поля задается как:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (13)$$

Метрика безмассовой кротовой норы Гуларта со скалярным полем в изотропной системе координат задается в следующем виде [13]:

$$ds^2 = - \left[\frac{1}{1 + \frac{4r^2 a^2}{(r^2 - k^2)^2}} \right] dt^2 + \left[\frac{k^4 + 4a^2 r^2 - 2k^2 r^2 + r^4}{4r^4} \right] (dr^2 + r^2(d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2)), \quad (14)$$

$$a^2 = 2PQ, k^2 = \Sigma^2 + a^2,$$

где P – магнитный заряд, Q – электрический заряд, Σ – дилатонный заряд. При $P = 0$ метрика (16) сводится к решению Шварцшильда, а при $\Sigma = 0$ – к решению [14].

Дилатонное поле выражается как:

$$e^{2\varphi} = e^{2\varphi_0} \frac{r + d_1}{r - d_0}, \quad (15)$$

где $d_1 = -d_0 = -\Sigma$, φ_0 – дилатонное поле на бесконечности ($\varphi_0 = 0$), d_1, d_0 – постоянные интегрирования.

Радиус горловины кротовой норы Гуларта определяются по формуле:

$$r_{th} = \frac{1}{2} a \left(1 + \sqrt{1 + k^2/a^2} \right). \quad (16)$$

В работе рассматривался случай, когда параметры метрики принимают небольшие значения: $P = 0,5, Q = 0,5, \Sigma = 0,5$.

Далее для метрики были получены аналитические выражения для скорости, плотности и темпа аккреции жидкости соответственно:

$$u = \frac{K}{2r^2(1 + \omega)}, \quad (17)$$

$$\rho = \frac{4A2r^4(k^2 - r^2)(1 + \omega)}{\sqrt{\frac{r^4(k^2 - r^2)^2}{(k^4 - 2(-2a^2 + k^2)r^2 + r^4)^2}}}, \quad (18)$$

$$(k^4 - 2(-2a^2 + k^2)r^2 + r^4)^{3/2} K$$

где

$$K = \sqrt{4a^2 A^4 r^2 + k^4 (-1 + A^4 - \omega)(1 + A^4 + \omega) + r^4 (-1 + A^4 - \omega)(1 + A^4 + \omega) + 2k^2 r^2 (-A^4 + (1 + \omega)^2)}$$

$$\dot{M} = 16\pi A_2 \rho. \quad (19)$$

Выражения для критической скорости жидкости и скорости звука в пространстве-

времени безмассовой кротовой норы Гуларта имеют вид:

$$u_c^2 = \frac{a^2(k^2 + r^2)}{2r^2(a^2 + r^2)}, \quad (20)$$

$$V_c^2 = \frac{a^2}{a^2 + 2r^2}. \quad (21)$$

Далее представим графически зависимость от расстояния скорости, плотности и темпа аккреции жидкости из уравнений (17), (18) и (19) для различных значений параметра состояния ω .

На рис. 1 представлен график зависимости скорости аккреции от расстояния при различных параметрах состояния. Как видно из графика, при $x \rightarrow \infty$, $u(x) \rightarrow 0$ и при $x \rightarrow 0$, $u(x) \rightarrow \infty$. При аккреции квинтэссенция, пыли, жесткой материи скорости принимают отрицательные значения, это можно интерпретировать, что эти виды материи обратно выталкиваются из кротовой норы. И, наоборот, при аккреции темной энергии значение скорости положительно, а значит, вещество аккрецирует в кротовую нору.

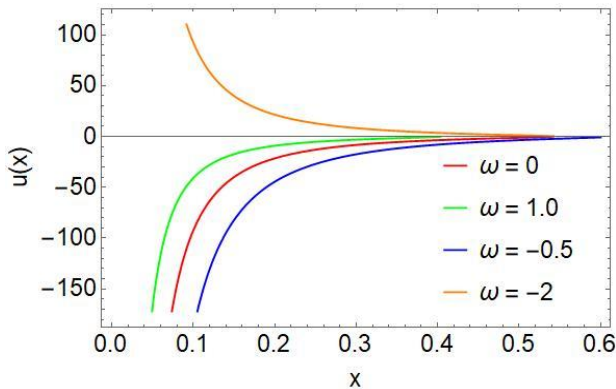


Рис. 1. Профиль скорости жидкости при различных значениях параметра состояния ($\omega = 0$ — пыль; $\omega = 1$ — жесткая материя; $\omega = -0.5$ — квинтэссенция; $\omega = -2$ — темная энергия) в зависимости от $x = \frac{r}{M}$.

На рис. 2 приведен график плотности жидкости в зависимости от расстояния. Из графика видно, что при $\omega = 0, \omega = 1, \omega = -0.5$ плотность аккрецирующей жидкости возрастает по мере приближения к кротовой норе. При $\omega = -2$ плотность становится отрицательной, что является нарушением энергетического условия, однако в абсолютном значении плотность энергии всегда увеличивается при любых значениях ω . Асимптотически плотность жидкости приближается к нулю на бесконечности,

в то время как она приближается к максимуму вблизи кротовой норы из-за сильного (и, возможно, квантового) гравитационного взаимодействия.

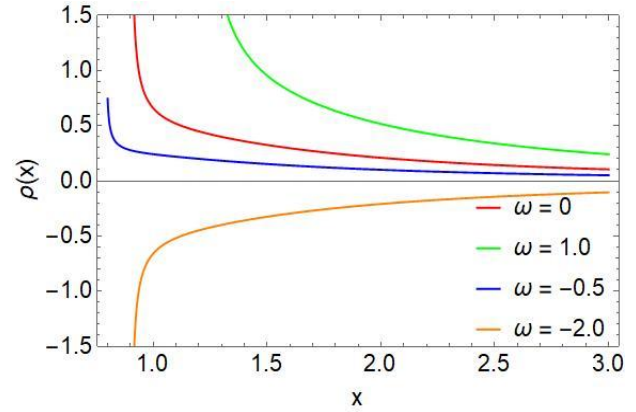


Рис. 2. Профиль плотности жидкости при различных значениях параметра состояния ($\omega = 0$ — пыль; $\omega = 1$ — жесткая материя; $\omega = -0.5$ — квинтэссенция; $\omega = -2$ — темная энергия) в зависимости от $x = \frac{r}{M}$.

На рис. 3 представлен график зависимости темпа аккреции от расстояния при различных значениях параметра состояния. При малых значениях x , вблизи центрального объекта, $\dot{M} > 0$ означает, что масса кротовой норы возрастает для $\omega = -2$, т.е. масса кротовой норы увеличивается при аккреции темной энергии. Темп аккреции $\dot{M} < 0$ при остальных случаях параметра состояния, что ведет к нарушению нулевого энергетического условия, т.е. масса объекта уменьшается. Схожие результаты были получены в работах [7, 8] для других решений, описывающих геометрию кротовых нор.

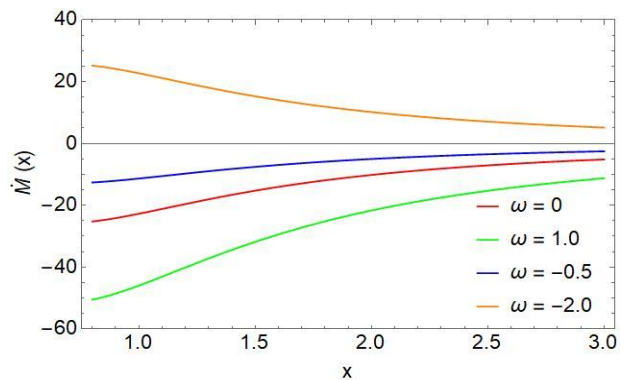


Рис. 3. Темп аккреции при различных значениях параметра состояния ($\omega = 0$ — пыль; $\omega = 1$ — жесткая материя; $\omega = -0.5$ — квинтэссенция; $\omega = -2$ — темная энергия) в зависимости от $x = \frac{r}{M}$.

Выводы. В работе были исследованы особенности течения жидкости на безмассовую кротовую нору Гуларта. В частности, рассматривались пыль, жесткая материя, квинтэссенция и темная энергия, но не рассматривались космологическая постоянная, поскольку ее аккреция не влияет на кротовую нору. Обнаружено, что жидкости с различными параметрами состояния имеют различную эволюцию на фоне кротовой норы, т.е. некоторые жидкости приобретают положительную или отрицательную плотность вблизи рассматриваемого объекта. Также было установлено, что аккреция темной энергии ведет к увеличению массы кротовой норы Гуларта, тогда как аккреция пыли, жесткой материи, квинтэссенции уменьшает массу объекта. Важно отметить, что в работе не рассматривалась обратная реакция метрики на аккрецию, следовательно, можно допустить, что темп аккреции может принимать большие значения. В дальнейшем планируется провести аналогичный анализ в случае вращающегося сферически-симметричного пространства-времени.

Литература

1. Bondi H. On Spherically Symmetrical Accretion // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 1952. V. 112 (2). P. 195–204. DOI: 10.1093/mnras/112.2.195.
2. Michel F.C. Accretion of matter by condensed objects // *Astrophysics and Space Science*. 1972. V. 15. P. 153–160. DOI: 10.1007/BF00649949.
3. Юсупова Р.М., Измаилов Р.Н. Физические свойства тонкого аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ // *Известия Уфимского научного центра РАН*. 2021. № 1. С. 87–91. DOI: 10.31040/2222-8349-2021-0-1-87-91
4. Юсупова Р.М., Мухтарова Г.Р., Измаилов Р.Н. Предел светимости Эддингтона для безмассовых кротовых нор со скалярным полем // *Известия Уфимского научного центра РАН*. 2022. № 1. С. 21–24. DOI: 10.31040/2222-8349-2022-0-1-21-24
5. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Bhattacharya A., Nandi K.K. Accretion disks around the Gibbons-Maeda-Garfinkle-Horowitz-Strominger charged black holes // *The European Physical Journal C*. 2018. V. 78. P. 788. DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-6270-6>.
6. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion disk around the rotating Damour-Solodukhin wormhole // *The European Physical Journal C*. 2019. V. 79. P. 952. DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7488-7>.
7. Yusupova R.M., Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion Flow onto Ellis-

Bronnikov Wormhole // *Universe*. 2021. V. 7. P. 177. DOI: 10.3390/universe 7060177.

8. González-Díaz P.F. On the accretion of phantom energy onto wormholes // *Physics Letters B* 2006. V. 632(2-3). P. 159–161. DOI: 10.1016/j.physletb.2005.10.036.

9. Бабичев Е.О., Докучаев В.И., Ерошенко Ю.Н. Черные дыры в присутствии темной энергии // *Успехи физических наук*. 2013. Т. 183. № 12. С. 1257–1280. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0183.201312a.1257>.

10. Bahamonde S., Jamil M. Accretion processes for general spherically symmetric compact objects // *The European Physical Journal C* 2015. V. 75. P. 508. DOI: 10.1140/epjc/s10052-015-3734-9.

11. Goulart P. URL: <http://arXiv:1611.03093> – (дата обращения: 24.04.2017). DOI: 10.48550/arXiv.1611.03093

12. Strominger A., Vafa C. Microscopic Origin of the Bekenstein-Hawking Entropy // *Physics Letters B*. 1996. V. 379. P. 99–104. DOI: 10.1016/0370-2693(96)0290345-0.

13. Lukmanova R.F. Lensing observables: Massless dyonic vis-à-vis Ellis wormholes // *Physical Review D*. 2018. V. 97. P. 124027. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.124027.

14. Jusufi K. and et.al. Deflection of light by black holes and massless wormholes in massive gravity // *The European Physical Journal C*. 2017. V. 78. P. 349. DOI:10.1140/epjc/s10052-018-5823-z

References

1. Bondi H. On Spherically Symmetrical Accretion // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1952, vol. 112 (2), pp. 195-204. DOI: 10.1093/mnras/112.2.195.
2. Michel F.C. Accretion of matter by condensed objects // *Astrophysics and Space Science*, 1972, vol. 15, pp. 153-160. DOI: 10.1007/BF00649949.
3. Yusupova R.M., Izmailov R.N. Physical properties of the thin accretion disk of the Taub-NUT black hole // *Izvestija Ufimskogo nauchnogo centra RAS*, 2021, no. 1, pp.87-91. DOI: 10.31040/2222-8349-2021-0-1-87-91
4. Yusupova R.M., Muchtarova G.R., Izmailov R.N. Eddington luminosity limit for massless wormholes with scalar field // *Izvestija Ufimskogo nauchnogo centra RAS*, 2022, no 1, pp. 21-24. DOI: 10.31040/2222-8349-2022-0-1-21-24.
5. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Bhattacharya A., Nandi K.K. Accretion disks around the Gibbons-Maeda-Garfinkle-Horowitz-Strominger charged black holes // *The European Physical Journal C*, 2018, vol. 78, pp. 788. DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-6270-6>.
6. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion disk around the rotating Damour-Solodukhin wormhole // *The European Physical Journal C*, 2019,

vol. 79, pp. 952. DOI: <https://doi.org/10.1140/epjcs10052-019-7488-7>.

7. Yusupova R.M., Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion Flow onto Ellis–Bronnikov Wormhole // *Universe*, 2021, vol. 7, pp. 177. DOI: 10.3390/universe 7060177.

8. González-Díaz P.F. On the accretion of phantom energy onto wormholes // *Physics Letters B* 2006, vol. 632(2-3), pp. 159-161. DOI: 10.1016/j.physletb.2005.10.036.

9. Babichev E.O., Dukuchaev V.I., Eroshenko Yu.N. Black holes in the presence of dark energy // *Physics–Uspekhi*, 2013, vol. 183, no. 12, pp. 1257-1280. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0183.201312a.1257>.

10. Bahamonde S., Jamil M. Accretion processes for general spherically symmetric compact objects // *The*

European Physical Journal C., 2015, vol. 75, pp. 508. DOI: 10.1140/epjcs10052-015-3734-9.

11. Goulart P., URL: [http:// arXiv:1611.03093](http://arXiv:1611.03093) – (дата обращения: 24.04.2017). DOI: 10.48550/arXiv.1611.03093

12. Strominger A., Vafa C., Microscopic Origin of the Bekenstein-Hawking Entropy // *Physics Letters B.*, 1996, vol. 379, pp. 99-104. DOI: 10.1016/0370-2693(96)00345-0.

13. Lukmanova R.F. Lensing observables: Massless dyonic vis-à-vis Ellis wormholes // *Physical Review D.*, 2018, vol. 97, pp. 124027. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.124027.

14. Jusufi K. and *et.al.* Deflection of light by black holes and massless wormholes in massive gravity // *The European Physical Journal C.*, 2017, vol. 78, pp. 349. DOI:10.1140/epjcs10052-018-5823-z



ACCRETION PROCESS TO GOULART MASSLESS WORMHOLE

© R.M. Yusupova

Institute of Molecule and Crystal Physics – Subdivision of the Ufa Federal Research Centre
of the Russian Academy of Sciences,
71, prospect Oktyabrya, 450054, Ufa, Russian Federation

Wormholes are topological tunnels in space. At the moment, these objects remain purely theoretical, but their existence has not been experimentally disproved. The main condition for the existence of wormholes is that the matter of which the wormhole consists must be exotic, i.e. at least the $\rho + p_r > 0$ must be violated, where ρ is the energy density, p_r is the pressure along the radial coordinate r . In classical physics, it is generally assumed that matter cannot violate the null energy condition, however, experiments conducted in laboratories studying the Casimir effect have shown that negative densities $\rho < 0$ can exist. On the cosmological scale, dark energy has a negative density. This concept was introduced to explain the reason for the accelerated expansion of the Universe. It is believed that dark energy causes an anti-gravity effect and violates the null energy condition. Although the nature of dark energy is still unclear, it can be assumed that wormholes consist of this type of energy.

The paper proposes to consider the accretion of dark energy and non-phantom matter (dust, stiff matter, quintessence) to a massless wormhole with a scalar field. Accretion is the process of capturing matter by a massive object (neutron star, black hole and etc.) from vicinity, which leads to a change in the mass of the central object. This process is a widespread phenomenon in the Universe and is responsible for the formation of stars and planets. There is a hypothesis that supermassive black holes in the centers of spiral and elliptical galaxies could have formed due to accretion.

As a result of the analysis of the process of accretion to a wormhole, it was found that, with the accretion of dark energy $\rho < 0$, the mass of the central object increases.

Keywords: accretion, dark energy, wormhole, cosmological equation of state.