ФИЗИКА

УДК 524.882
DOI: 10.31040/2222-8349-2023-0-1-38-41

ПРИЛИВНЫЕ СИЛЫ ВБЛИЗИ ЧЕРНЫХ ДЫР В ГРАВИТАЦИОННОЙ ТЕОРИИ С НАРУШЕНИЕМ СИММЕТРИИ ЛОРЕНЦА

© Р.Р. Зиннатуллин, Р.Х. Каримов, Р.Н. Измаилов

Принято считать, что кривизна пространства-времени мала вблизи горизонта событий большой статичной черной дыры, и пробные частицы могут падать в нее не разрушаясь. Однако, в большинстве случаев, на небольшом отдалении от горизонта событий кривизна черной дыры может быть настолько огромной, что пробная частица будет растягиваться и даже может разрушиться под действием приливных сил. Таким образом, любой объект, который падает в черные дыры, испытывает огромные приливные силы вне горизонта. Это является результатом того факта, что кривизна резко увеличивается вблизи черных дыр и почти равна нулю вблизи горизонта. Когда измерения производятся в статичной системе (которая также становится нулевой), компоненты кривизны остаются небольшими. Это означает, что все инварианты кривизны малы, и любыми возмущающими поправками, такими как заряд, угловой момент, скаляр Риччи и др., можно пренебречь. Тем не менее, в свободно падающей системе (система отсчета удаленного асимптотического наблюдателя), компоненты кривизны очень велики. В нашей работе рассматривается влияние возмущающего параметра ℓ на инварианты кривизны черных дыр в гравитационной теории с нарушением симметрии Лоренца. Результаты сравниваются с решением для черной дыры Шварцшильда, которое может быть получено путем подстановки $\ell=0$.

Ключевые слова: гравитация, приливные силы, черные дыры, нарушение Лоренцевской симметрии.

Введение. Инварианты кривизны Римана важны в общей теории относительности, поскольку они позволяют характеризовать некоторые геометрические свойства пространства-времени. В частности, они важны при изучении особенностей кривизны [1–3]. Геометрические инварианты кривизны играют фундаментальную роль в классификации и различении точных аналитических решений общей теории относительности [2], особенно для алгебраической классификации Петрова [3] и характеризации особенностей кривизны. Они также важны при обсуждении гравито-магнитных свойств пространства-времени [4]. В работе [4] детально изучена структура инвариантов интересующих астрофизических установок и проанализирована ее связь с гравито-магнитными эффектами. В меньшей степени скалярные инварианты кривизны также применялись в области численной теории относительности главным образом для тестирования кода при численном развитии точных решений. Они также рассматривались в контексте моделирования столкновений черных дыр [5]. Инварианты кривизны – это скалярные величины, построенные из тензоров, представляющих кривизну. В работе Горовица и Росса [6] было показано, что инварианты кривизны в системе лоренцевского буста описывают приливные силы действующие на пробную частицу при ее падении на черную дыру.

В работе исследованы приливные силы черной дыры в гравитационной теории с нарушением симметрии Лоренца. Исследования, включающие сценарии с нарушением симметрии Лоренца в физике, уже были разработаны и рассматриваются как перспективные направления для исследований. Нарушение этого принципа симметрии возникает как возможность в контексте поля теории струн [7], некоммутативных теорий поля [8] и теории петлевой квантовой гравитации [9]. Эти факты предполагают, что поиск доказательств нарушения симметрии

ЗИННАТУЛЛИН Руслан Рамилевич, Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: m-var@list.ru
КАРИМОВ Рамис Хамитович – к.ф.-м.н., Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: karimov_ramis_92@mail.ru
ИЗМАИЛОВ Рамиль Наильевич – к.ф.-м.н., Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: izmailov.ramil@gmail.com

Лоренца может быть эффективным способом исследования сигналов о существовании лежащей в основе теории квантовой гравитации на планковском масштабе. Кандидатом, обеспечивающим общую теоретическую основу для проверки симметрий Лоренца и CPT (зарядовое сопряжение, четность и время), является расширение стандартной модели [10].

В качестве жизнеспособного низкоэнергетического зонда квантовой гравитации Касана, Кавальканте, Пулис и Сантос [11] недавно предложили векторное поле Бамблби с ненулевым вакуумным средним значением, которое отвечает за нарушение симметрии Лоренца. В их модели векторное поле Бамблби связано с римановым пространством-временем, что дает статическую сферически-симметричную черную дыру, подобную решению Шварцшильда.

Кривизна и приливные силы. Приливные силы – силы, возникающие в телах, свободно движущихся в неоднородном силовом поле. Компоненты тензора кривизны, вычисленные в ортонормированной системе координат наблюдателя статичного или свободно падающего, должны быть всюду конечны, включая горизонт. Данное условие вытекает из физических требований того, что приливные силы не разрушают или не разрывают наблюдателя, свободно падающего через горизонт событий.

Далее рассматривается метод исследования приливных сил вблизи горизонта событий черных дыр. Рассмотрим статичную сферически-симметричную физическую метрику в обозначениях Горовица и Росса:

$$ds^2 = -\frac{F(r)}{G(r)}dt^2 + \frac{dr^2}{F(r)} + R^2(r) \times \times [d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2]. \quad (1)$$

В статичной ортонормированной системе наблюдателя только следующие компоненты тензора кривизны являются ненулевыми: R_{0101}, R_{0202}, R_{0303}, R_{1212}, R_{1313} и R_{2323}. Радиально свободно падающий наблюдатель с сохраняющейся энергией E связан со статичной ортонормированной системой координат через локальный (^) лоренцевский буст с мгновенной скоростью, заданной в виде

$$v = \left(1 - \frac{F}{GE^2}\right)^{1/2}, \quad (2)$$

где E^2 – сохраненная энергия пробной частицы.

Тогда получим следующие ненулевые компоненты кривизны в системе координат лоренцевского буста (^) со скоростью v ($k = 2,3$):

$$R_{\hat{0}\hat{1}\hat{0}\hat{1}} = R_{0101}, \quad (3)$$

$$R_{\hat{0}\hat{k}\hat{0}\hat{k}} = R_{0k0k} + \sinh^2\alpha\,(R_{0k0k} + R_{1k1k}), \quad (4)$$

$$R_{\hat{0}\hat{k}\hat{1}\hat{k}} = \cosh\alpha \sinh\alpha\,(R_{0k0k} + R_{1k1k}), \quad (5)$$

$$R_{\hat{1}\hat{k}\hat{1}\hat{k}} = R_{1k1k} + \sinh^2\alpha\,(R_{0k0k} + R_{1k1k}), \quad (6)$$

где $k = 2,3$ и $\sinh\alpha = v/\sqrt{1 - v^2}$. Приливное ускорение $\Delta a_{\hat{j}}$ между двумя частями движущегося тела задается в виде

$$\Delta a_{\hat{j}} = -R_{\hat{0}\hat{j}\hat{0}\hat{p}}\xi^{\hat{p}},$$

где ξ – вектор разделения между двумя частями тела. Таким образом, компоненты кривизны, способствующие приливной силы на путешественника в системе лоренцовского буста $R_{\hat{0}\hat{1}\hat{0}\hat{1}}$, $R_{\hat{0}\hat{2}\hat{0}\hat{2}}$ и $R_{\hat{0}\hat{3}\hat{0}\hat{3}}$. Далее необходимо посчитать компоненты в уравнениях (3)–(4) для данной метрики. Если любой из компонентов отклонится при приближении к горизонту событий, можно говорить о том, что приливные силы физически разрушают падающего наблюдателя.

Для метрики (1) уравнения (3) и (4) могут быть преобразованы в следующий вид:

$$R_{\hat{0}\hat{1}\hat{0}\hat{1}} = 3\left(\frac{G'}{2G}\right)^2 E_S^2 + \frac{F''}{2G} - -\frac{3F'G'}{4G^2} - -\frac{2FG''}{4G^2} = R_{0101}^{(S)}, \quad (7)$$

$$R_{\hat{0}\hat{2}\hat{0}\hat{2}} = -\left\{\frac{R'}{2R}\left[G'E_S^2 - F'\right]\right\} - \left\{\frac{R''G}{R} + +\frac{R'G'}{2R}\right\}E_{Ex}^2 = R_{0202}^{(S)} + R_{0202}^{(Ex)}, \quad (8)$$

где E_S^2 – сохраненная энергия в неподвижной системе координат и E_{Ex}^2 – энергия, вызванная геодезическим движением пробной частицы со скоростью v, которые задаются в виде

$$E^2 = E_S^2 + E_{Ex}^2 = \left[\frac{F(r)}{G(r)}\right] + \left(\frac{v^2}{1-v^2}\right)\left[\frac{F(r)}{G(r)}\right].$$

Приливные силы черных дыр в гравитационной теории с нарушением симметрии Лоренца. Решение черной дыры в контексте гравитационной теории с нарушением симметрии Лоренца было предложено в работе [10]. Метрика вакуумного решения, индуцированного спонтанным нарушением симметрии Лоренца, имеет вид:

$$ds^2 = -(1 - 2M/r)dt^2 + \frac{1+\ell}{1 - 2M/r}dr^2 + +r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2), \quad (9)$$

где M – асимптотическая масса черной дыры и ℓ – возмущающий параметр гравитационной теории с нарушением симметрии Лоренца.

Из уравнений (1) и (9) находим

$$F(r) = 1 - \frac{2M}{r}, \tag{10}$$

$$G(r) = 1 + \ell, \tag{11}$$

$$R(r) = r. \tag{12}$$

Из уравнения (12) следует, что $R^{'(r)} = = R''(r) = 0$. Это означает, что компонента кривизны $R_{0202}^{(Ex)}$ представляющая собой общее увеличение кривизны в системе лоренцевского буста по сравнению со статической системой отсчета равна

$$R_{0202}^{(Ex)} = 0. \tag{13}$$

Это означает, что внешние силы не разрушат пробную частицу при любых значениях M и ℓ. Далее рассмотрим статичные компоненты кривизны. Подставив компоненты метрики (10)–(12) в уравнения (7)–(8) получим

$$R_{0101}^{(S)} = -\frac{2M}{r^3(1+\ell)}, \tag{14}$$

$$R_{0202}^{(S)} = \frac{M}{r^3}. \tag{15}$$

Таким образом, параметр ℓ влияет только на радиальную компоненту приливных сил, в то время как полярная компонента совпадает с решением Шварцшильда. С увеличением ℓ компонента $R_{0101}^{(S)}$ будет уменьшатся. В случае, когда пробная частица приближается к горизонту событий, т.е. $r \to 2M$, приливные силы принимает наибольшие значения:

$$R_{0101}^{(S)} = -\frac{1}{4M^2(1+\ell)}, \tag{16}$$

$$R_{0202}^{(S)} = \frac{1}{8M^2}. \tag{17}$$

Это означает, что пробная частица наибольшие приливные силы испытает около горизонта событий, однако сможет попасть за горизонт не разрушаясь.

Заключение. В работе были исследованы приливные силы черной дыры в теории гравитации с нарушением симметрии Лоренца действующие на пробную частицу. Показано, что компонента кривизны $R_{0202}^{(Ex)}$ представляющая собой общее увеличение кривизны в системе лоренцевского буста по сравнению со статической системой отсчета равна нулю. Статичные компоненты кривизны, заданные уравнениями (14) и (15), монотонно уменьшаются как $1/r^3$ и остаются конечными для черных дыр с большой массой, такими как Стрелец А*. Отметим, что параметр нарушения симметрии Лоренца ℓ влияет только на поперечные приливные силы и с увеличением ℓ приливные силы уменьшаются.

Исследование выполнено за счет гранта РБ НОЦ-ГМУ-2022 (приказ № 2987 от 29.11.2022).

Литература

1. Zakhary E., McIntosh C.B.G. A Complete Set of Riemann Invariants // Gen. Rel. Grav. 1997. V. 29. P. 539–581.
2. Witten L. Invariants of General Relativity and the Classification of Spaces // Phys. Rev. 1959. V. 113. P. 357–362.
3. Petrov A.Z. The Classification of Spaces Defining Gravitational Fields // Gen. Rel. Grav. 2000. V. 32. P. 1665–1685. Original title: Klassifikacya prostranstv opredelyayushchikh polya tyagoteniya. Uchenye Zapiski Kazanskogo Gosudarstvennogo Universiteta im. V.I. Ulyanova-Lenina [Scientific Proceedings of Kazan State University, named after V.I. Ulyanov-Lenin]. 1954. № 114 (8). P. 55–69.
4. Filipe L. and et al. Gravitomagnetism and the significance of the curvature scalar invariants // Phys. Rev. D. 2021. V. 104. P. 084081.
5. Baker J., Campanelli M. Making use of geometrical invariants in black hole collisions // Phys .Rev. D. 2000. V. 62. P. 127501.
6. Horowitz G.T., Ross S.F. Naked black holes // Phys. Rev. D. 1997. V. 56. P. 2180–2187.
7. Kostelecký V.A., Samuel S. Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory // Phys. Rev. D. 1989. V. 39. P. 683.
8. Carroll S.M., Harvey J.A., Kostelecky V.A., Lane C. D., Okamoto T. Noncommutative Field Theory and Lorentz Violation // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 141601.
9. Gambini R., Pullin J. Nonstandard optics from quantum space-time // Phys. Rev. D. 1999. V. 59. P. 124021.
10. Kostelecký V. A. Gravity, Lorentz violation, and the standard model // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 105009.
11. Casana R., Cavalcante A., Poulis F.P., Santos E.B. Exact Schwarzschild-like solution in a bumblebee gravity model // Phys. Rev. D. 2017. V. 97. P. 104001.

TIDAL FORCES NEAR BLACK HOLES IN A GRAVITATIONAL THEORY WITH LORENTZ SYMMETRY BREAKING

© R.R. Zinnatullin, R.Kh. Karimov, R.N. Izmailov

Bashkir State Pedagogical University n.a. M. Akmulla,
3-a Oktyabrskoj revoljucii st., Ufa, Russian Federation

It is generally accepted that the curvature of space-time is small near the event horizon of a large static black hole, and test particles can fall into it without being destroyed. However, in most cases, at a small distance from the event horizon, the curvature of the black hole can be so huge that the test particle will stretch and even collapse under the influence of tidal forces. Thus, any object that falls into black holes experiences huge tidal forces beyond the horizon. This is a result of the fact that the curvature is very large near black holes and almost zero near the horizon. When measurements are made in a static frame (which also becomes zero), the curvature components remain small. This means that all curvature invariants are small, and any perturbing corrections, such as charge, angular momentum, Ricci scalar, etc., can be neglected. However, in a freely falling frame (the reference frame of a distant asymptotic observer), the curvature components are very large. In our paper, we consider the influence of the perturbing parameter ℓ on the curvature invariants of black holes in the gravitational theory with Lorentz symmetry breaking. The results are compared with the Schwarzschild black hole solution, which can be obtained by substituting ℓ=0.

Keywords: gravity, tidal forces, black holes, Lorentz symmetry breaking.