

УДК 524.882

DOI: 10.31040/2222-8349-2023-0-1-32-37

**СЛАБОЕ ГРАВИТАЦИОННОЕ ЛИНЗИРОВАНИЕ  
ЧЕРНЫМИ ДЫРАМИ С ЗАРЯДОМ**

© Р.Н. Измаилов, Р.Х. Каримов, Э.О. Минахметова

Отклонение света под действием силы тяжести было предсказано общей теорией относительности и впервые подтверждено наблюдениями в 1919 г. В последующие десятилетия были теоретически исследованы различные аспекты эффекта гравитационных линз, в том числе возможность получения множественных или кольцеобразных изображений фоновых источников, использование линзирования в качестве гравитационного телескопа на очень слабых и удаленных объектах, а также возможность определения постоянной Хаббла с помощью линзирования. Гравитационное линзирование представляет собой притяжение света гравитацией, вызванной действием компактных астрофизических объектов. В качестве гравитационной линзы могут выступать различные объекты, такие как галактика, звезды, черные дыры, кротовые норы и другие. В нашем исследовании в качестве гравитационной линзы мы выбрали черные дыры, описываемые решениями Гиббонса–Маеды–Гарфинкла–Горовица–Стромингера (ГМГС) в картине струн. Два решения в картине струн представляют собой магнитно и электрически заряженные черные дыры с горизонтом событий. В работе будет исследовано влияние электрического и магнитного зарядов на угол отклонения света.

Ключевые слова: гравитационное линзирование, черные дыры, теория струн, дилатонный заряд.

**Введение.** Гравитационное линзирование, на сегодняшний день, занимает центральную роль в наблюдательной астрономии и имеет ряд важных приложений, связанных с общей теорией относительности и альтернативными теориями гравитации [1–3]. В теоретических исследованиях, как правило, рассматривалось линзирование черными дырами в контексте общей теории относительности, теории струн и теории «мира на бране». В частности, открытие того, что в центре большинства галактик, в том числе и нашей, находятся сверхмассивные черные дыры [4], перенесло вопрос о линзировании в сильных гравитационных полях с большими углами искривления ближе к практической астрофизике. Если луч света проходит достаточно близко к черной дыре, тогда угол искривления может даже стать сколь угодно большим, что соответствует случаю, когда световой луч делает произвольное количество оборотов вокруг черной дыры. Большие углы искривления могут также возникать при линзировании кротовыми норами [5].

Последний случай более экзотичен, чем черные дыры, в том смысле, что до сих пор нет четких доказательств существования кротовых нор, но тем не менее, они рассматриваются многими авторами как гипотетические гравитационные линзы. Этот феномен также может быть использован для проверки других моделей.

Существует три класса гравитационных линз:

1. Сильное гравитационное линзирование, вызывающее легко различимые искажения, такие как эйнштейновское кольцо, дуги и размноженные изображения.

2. Слабое гравитационное линзирование, вызывающее лишь малые искажения в изображении объекта, который находится позади линзы (далее – объект фона). Эти искажения могут быть зафиксированы только после статистического анализа большого количества объектов фона, что позволяет найти согласованное искажение их изображений. Линзирование проявляется в небольшом растяжении изображения

ИЗМАИЛОВ Рамиль Наильевич – к.ф.-м.н., Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: izmailov.ramil@gmail.com

КАРИМОВ Рамис Хамитович – к.ф.-м.н., Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: karimov\_ramis\_92@mail.ru

МИНАХМЕТОВА Эвелина Олеговна, Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, e-mail: kolyabina2016@gmail.com

перпендикулярно направлению к центру линзы. Изучая форму и ориентацию большого количества отдаленных галактик фона, мы получаем возможность измерить линзирующее поле в любой области. Эти данные, в свою очередь, могут быть использованы, чтобы восстановить распределение масс в данной области пространства, в частности, этим методом можно исследовать распределение темной материи. Поскольку галактики сами по себе обладают эллиптической формой и искажения от слабого линзирования малы, для использования этого метода необходимо наблюдение большого числа галактик фона. Такого рода обзоры должны тщательно учитывать многие источники систематической погрешности: собственную форму галактик, пространственную функцию отклика светочувствительной матрицы, атмосферные искажения и т. д. Результаты этих исследований важны для оценки космологических параметров, для лучшего понимания и развития модели Лямбда-CDM, а также для того, чтобы обеспечить проверку непротиворечивости с другими космологическими наблюдениями.

3. Микролинзирование не вызывает никакого наблюдаемого искажения формы, но количество света, принимаемое наблюдателем от объекта фона, временно увеличивается. Линзирующим объектом могут быть звезды Млечного пути и их планеты, а источником света – звезды отдаленных галактик или квазары, находящиеся на еще более далеком расстоянии. В отличие от первых двух случаев, изменение наблюдаемой картины при микролинзировании происходит за характерное время от секунд до сотен дней. Микролинзирование позволяет оценить количество слабосветящихся объектов с массами порядка звездных (например, белых карликов) в Галактике, которые могут вносить некоторый вклад в барионную компоненту темной материи. Кроме того, микролинзирование является одним из методов поиска экзопланет.

Теория струн является многообещающим кандидатом в последовательную квантовую теорию гравитации, и, следовательно, исследование характеристик черных дыр в теории струн представляют большой интерес. Предсказания теории струн отличаются от предсказаний общей теории относительности, и одной из причин этого различия является наличие скалярного поля, называемого дилатонным полем, которое может изменять свойства геометрии черных дыр [6]. Метрики сферически-симме-

тричных статических заряженных черных дыр в низкоэнергетическом пределе гетеротической теории струн в четырехмерном пространстве-времени были найдены Гиббонсом и Маедой [7] и независимо от них Гарфинклом, Горовицом и Стромингером [8]. Пространство-время черных дыр ГМГГС может быть описано либо в картине Эйнштейна, либо в конформно связанной картине струн. В картине Эйнштейна действие имеет вид действия Эйнштейна–Гильберта, в то время как действие в картине струн непосредственно связано с метрикой в виде  $e^{2\phi}g_{\mu\nu}$ , где  $\phi$  – дилатонное поле, а  $g_{\mu\nu}$  – метрика в картине Эйнштейна. Хотя решения в двух картинах связаны конформным преобразованием, так что они математически изоморфны друг другу, существуют различия в некоторых физических свойствах решений черных дыр в этих двух системах отсчета [9]. Поскольку гравитационное линзирование метрики ГМГГС в картине Эйнштейна было исследовано [10], мы будем рассматривать решения только в картине струн.

**Метрика Гиббонса–Маеды–Гарфинкла–Горовица–Стромингера.** Эффективное действие метрики ГМГГС в картине струн имеет вид:

$$S_{SF} = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} e^{-2\phi} [R_{(\tilde{g})} - 4(\nabla\phi)^2 - F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}], \quad (1)$$

где  $R_{(\tilde{g})}$  – скалярная кривизна (или скаляр Риччи), связанная с метрикой  $\tilde{g}_{\mu\nu}$  и  $F_{\mu\nu}$  – электромагнитное поле Максвелла. Линейный элемент, представляющий четырехмерную магнитно заряженную черную дыру ГМГГС в картине струн, определяется в виде

$$d\tau_{\text{Mag,SF}}^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) \left(1 - \frac{Q^2}{Mr}\right)^{-1} dt^2 + \left[\left(1 - \frac{2M}{r}\right) \left(1 - \frac{Q^2}{Mr}\right)\right]^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (2)$$

где  $M$  – асимптотическая масса черной дыры,  $Q$  – магнитный заряд и единичная сфера  $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$ . Дилатонный заряд заряженной черной дыры (2) определяется в виде

$$D = -\frac{Q^2}{2M}, \quad (3)$$

где  $D$  не является новым свободным параметром в метрике (2), поскольку после фиксирования асимптотического значения дилатонного поля  $\phi$  оно определяется через  $M$  и  $Q$  и принимает только отрицательные значения. Дилатонный заряд отвечает за силу притяжения на больших расстояниях между черными дырами.

Метрика (2) описывает регулярную черную дыру при  $Q^2 < 2M^2$  с горизонтом событий при  $r_{\text{eh}} = 2M$ . Скаляр Кречмана расходится при  $r = Q^2/M$ , поэтому эта поверхность является сингулярной. Однако, для картины струн утверждение, что горизонт сингулярен при  $Q^2 = 2M^2$  ничего не значит, так как струны связаны не с метрикой  $g_{\mu\nu}$ , а с  $e^{2\phi}g_{\mu\nu}$ . Однако в частном случае при  $Q^2 = 2M^2$  метрика (2) переходит в  $d\tau_{\text{WH,SF}}^2 = -dt^2 + (1 - 2M/r)^{-2}dr^2 + r^2d\Omega^2$ . (4)

Решение электрически заряженного пространства-времени ГМГГС в картине струн получено путем преобразований

$$\bar{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}e^{-2\phi}\epsilon_{\mu\nu}^{\lambda\rho}F_{\lambda\rho} \text{ и } \phi \rightarrow -\phi$$

и задается в виде

$$d\tau_{\text{E,SF}}^2 = -\left(1 + \frac{Q^2 - 2M^2}{Mr}\right)\left(1 + \frac{Q^2}{Mr}\right)^{-2}dr^2 + \left(1 + \frac{Q^2 - 2M^2}{Mr}\right)^{-1}dr^2 + r^2d\Omega^2. \quad (5)$$

Это решение описывает регулярную черную дыру при  $Q^2 < 2M^2$  с горизонтом событий при  $r_{\text{eh}} = 2M - Q^2/M$ . В предельном случае ( $Q^2 = 2M^2$ ) решение (5) сводится к метрике

$$d\tau_{\text{NS,SF}}^2 = -(1 + 2M/r)^{-2}dt^2 + dr^2 + r^2d\Omega^2, \quad (6)$$

которая описывает сингулярность при  $r = 0$ , так как скаляр Кречмана в этой точке расходится. Так как эта расходимость не покрыта горизонтом событий, метрика (6) описывает голую сингулярность с радиусом сингулярности в  $r_{\text{sing}} = 0$ .

**Гравитационное линзирование магнитно заряженными черными дырами.** Для исследования угла отклонения света в слабом гравитационном линзировании будем использовать метод предложенный Китонем и Петтерсом [11]. Метод будет адаптирован для исследования линзирования черными дырами в картине струн. В данном методе поправки в пределе слабого поля можно разложить в ряд Тейлора по одному параметру, а именно гравитационному радиусу объекта-линзы. Согласно методу Китона–Петтерса общий вид метрики задается в виде:

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + B(r)dr^2 + r^2d\varphi^2. \quad (7)$$

Метрические функции  $A(r)$  и  $B(r)$  могут быть разложены в ряд Тейлора по  $\frac{\varphi}{c^2}$  в виде

$$A(r) = 1 + 2a_1\left(\frac{\varphi}{c^2}\right) + 2a_2\left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^2 + 2a_3\left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^3 + \dots, \quad (8)$$

$$B(r) = 1 + 2b_1\left(\frac{\varphi}{c^2}\right) + 2b_2\left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^2 + 2b_3\left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^3 + \dots, \quad (9)$$

где  $\varphi$  – трехмерный ньютоновский потенциал  $\frac{\varphi}{c^2} = -\frac{M}{r}$ .

Угол отклонения может быть представлен в виде ряда Тейлора по  $\frac{m_*}{b}$

$$\hat{\alpha}(b) = A_1\left(\frac{m_*}{b}\right) + A_2\left(\frac{m_*}{b}\right)^2 + A_3\left(\frac{m_*}{b}\right)^3 + O\left(\frac{m_*}{b}\right)^4, \quad (10)$$

где константы  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  находятся из соотношений:

$$A_1 = 2(a_1 + b_1), \quad (11)$$

$$A_2 = (2a_1^2 - a_2 + a_1b_1 - \frac{b_1^2}{4} + b_2)\pi, \quad (12)$$

$$A_3 = \frac{2}{3}[35a_1^3 + 15a_1^2b_1 + 6a_3 + b_1^3 - 6a_2b_1 - 3a_1(10a_2 + b_1^2 - 4b_2) - 4b_1b_2 + 8b_3]. \quad (13)$$

Сопоставив уравнения (2) и (7) получим метрические функции магнитно заряженной черной дыры ГМГГС в картине струн в виде

$$A(r) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)\left(1 - \frac{Q^2}{Mr}\right)^{-1}, \quad (14)$$

$$B(r) = \left[\left(1 - \frac{2M}{r}\right)\left(1 - \frac{Q^2}{Mr}\right)\right]^{-1}. \quad (15)$$

Далее разложим метрические функции (14) и (15) в ряд Тейлора по  $\varphi/c^2 = -M_*/r$  до третьего порядка

$$A(r) = 1 + 2\left(1 - \frac{Q^2}{2M^2}\right)\left(\frac{\varphi}{c^2}\right) - \frac{2Q^2}{M^2} \times \left(1 - \frac{Q^2}{2M^2}\right)\left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^2 + \frac{2Q^4}{M^4}\left(1 - \frac{Q^2}{2M^2}\right) \times \left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^3 + O\left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^4, \quad (16)$$

$$B(r) = 1 - 2\left(1 + \frac{Q^2}{2M^2}\right)\left(\frac{\varphi}{c^2}\right) + 4\left(1 + \frac{Q^2}{2M^2} + \frac{Q^4}{4M^4}\right)\left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^2 - 8\left(1 + \frac{Q^2}{2M^2} + \frac{Q^4}{4M^4} + \frac{Q^6}{8M^6}\right)\left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^3 + O\left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^4, \quad (17)$$

После разложения можно найти коэффициенты пост-пост-ньютоновского разложения, сопоставив уравнения (8) и (9) с уравнениями (16) и (17)

$$a_1 = 1 - \frac{Q^2}{2M^2}, \quad a_2 = \frac{Q^2}{M^2}\left(1 - \frac{Q^2}{2M^2}\right), \quad a_3 = \frac{Q^4}{M^4}\left(1 - \frac{Q^2}{2M^2}\right), \quad (18)$$

$$b_1 = 1 + \frac{Q^2}{2M^2}, \quad b_2 = 1 + \frac{Q^2}{2M^2} + \frac{Q^4}{4M^4}, \quad b_3 = 1 + \frac{Q^2}{2M^2} + \frac{Q^4}{4M^4} + \frac{Q^6}{8M^6}. \quad (19)$$

Подставив коэффициенты (18)–(19) в уравнения (11)–(13), можно найти коэффициен-

ты первого, второго и третьего порядка угла отклонения:

$$A_1 = 4, \quad (20)$$

$$A_2 = \frac{15\pi}{4} \left( 1 - \frac{11}{15} \frac{Q^2}{M^2} + \frac{1}{4} \frac{Q^4}{M^4} \right), \quad (21)$$

$$A_3 = \frac{128}{3} \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{Q^2}{M^2} + \frac{15}{16} \frac{Q^4}{M^4} - \frac{3}{16} \frac{Q^6}{M^6} \right). \quad (22)$$

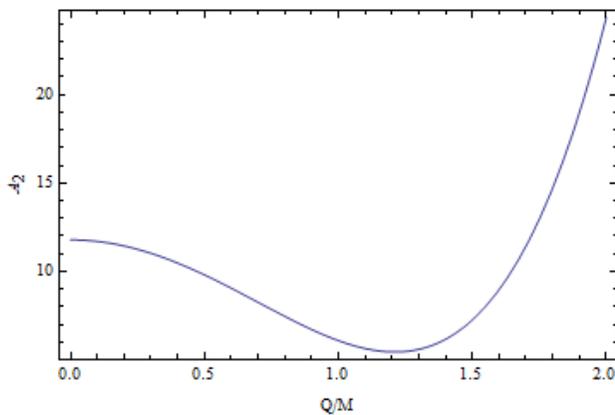
Таким образом, угол отклонения магнитно заряженной черной дырой ГМГГС в слабом гравитационном поле до третьего порядка задается в виде

$$\hat{\alpha}(b) = \frac{4M_*}{b} + \frac{15\pi}{4} \left( 1 - \frac{11}{15} \frac{Q^2}{M^2} + \frac{1}{4} \frac{Q^4}{M^4} \right) \left( \frac{M_*}{b} \right)^2 + \frac{128}{3} \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{Q^2}{M^2} + \frac{15}{16} \frac{Q^4}{M^4} - \frac{3}{16} \frac{Q^6}{M^6} \right) \left( \frac{M_*}{b} \right)^3 + O \left( \frac{M_*}{b} \right)^4. \quad (23)$$

Подставив  $Q = 0$  уравнения (23) сводится к углу отклонения черной дыры Шварцшильда. Из уравнения (23) видно, что магнитный заряд не влияет на первый порядок угла отклонения и равен углу отклонения Шварцшильда.

На рис. 1, а изображен график зависимости коэффициента  $A_2$  от безразмерного параметра  $Q/M$ . Из рисунка видно, что  $A_2$  с увеличением заряда  $Q$  уменьшается до минимального значения  $\frac{26\pi}{15}$  в точке  $Q = \sqrt{\frac{22}{15}}M$ . После этой точки коэффициент  $A_2$  возрастает с увеличением  $Q$ .

На рис. 1, б изображен график зависимости коэффициента  $A_3$  от безразмерного параметра  $Q/M$ . Из рисунка видно, что коэффициент  $A_3$  уменьшается с увеличением  $Q$ , когда заряд определен в промежутках  $Q \in (0, \frac{2}{\sqrt{3}}M) \cup (\sqrt{2}M, +\infty)$ . Однако в промежутке  $Q \in (\frac{2}{\sqrt{3}}M, \sqrt{2}M)$  коэффициент  $A_3$  увеличивается с увеличением  $Q$ . Однако поправка третьего порядка сводится к нулю при



а

$Q = \sqrt{\frac{5+(17-12\sqrt{2})^{1/3}+(17+12\sqrt{2})^{1/3}}{3}}M \approx 1.69M$ . Следовательно, в промежутке  $Q \in (\frac{2}{\sqrt{3}}M, \sqrt{\frac{22}{15}}M)$  угол отклонения будет иметь наибольший прирост с увеличением  $Q$ .

**Гравитационное линзирование электрически заряженными черными дырами.** Сопоставив уравнения (5) и (7), получим метрические функции электрически заряженной черной дыры ГМГГС в картине струн в виде

$$A(r) = \left( 1 + \frac{Q^2 - 2M^2}{Mr} \right) \left( 1 + \frac{Q^2}{Mr} \right)^{-2}, \quad (24)$$

$$B(r) = \left( 1 + \frac{Q^2 - 2M^2}{Mr} \right)^{-1}. \quad (25)$$

Далее разложим метрические функции (24) и (25) в ряд Тейлора по  $\phi/c^2 = -M_*/r$  до третьего порядка

$$A(r) = 1 + 2 \left( 1 - \frac{Q^2}{2M^2} \right) \left( \frac{\phi}{c^2} \right) - \frac{2Q^2}{M^2} \left( 1 - \frac{Q^2}{2M^2} \right) \left( \frac{\phi}{c^2} \right)^2 + \frac{2Q^4}{M^4} \left( 1 - \frac{Q^2}{2M^2} \right) \left( \frac{\phi}{c^2} \right)^3 + O \left( \frac{\phi}{c^2} \right)^4, \quad (26)$$

$$B(r) = 1 - 2 \left( 1 + \frac{Q^2}{2M^2} \right) \left( \frac{\phi}{c^2} \right) + 4 \left( 1 + \frac{Q^2}{2M^2} + \frac{Q^4}{4M^4} \right) \left( \frac{\phi}{c^2} \right)^2 - 8 \left( 1 + \frac{Q^2}{2M^2} + \frac{Q^4}{4M^4} + \frac{Q^6}{8M^6} \right) \left( \frac{\phi}{c^2} \right)^3 + O \left( \frac{\phi}{c^2} \right)^4. \quad (27)$$

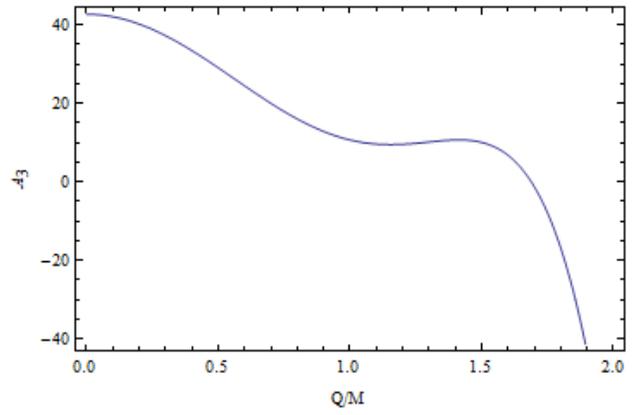
После разложения можно найти пост-пост-ньютоновские коэффициенты, сопоставив уравнения (8) и (9) с уравнениями (26) и (27):

$$a_1 = 1 + \frac{Q^2}{2M^2}, \quad a_2 = \frac{2Q^2}{M^2} \left( 1 + \frac{Q^2}{4M^2} \right), \quad (28)$$

$$a_3 = \frac{3Q^4}{M^4} \left( 1 + \frac{Q^2}{6M^2} \right),$$

$$b_1 = 1 - \frac{Q^2}{2M^2}, \quad b_2 = 1 - \frac{Q^2}{M^2} + \frac{Q^4}{4M^4},$$

$$b_3 = 1 - \frac{3Q^2}{2M^2} + \frac{3Q^4}{4M^4} - \frac{Q^6}{8M^6}. \quad (29)$$



б

Рис. 1. График зависимости коэффициентов  $A_2$  и  $A_3$  от  $\frac{Q}{M}$

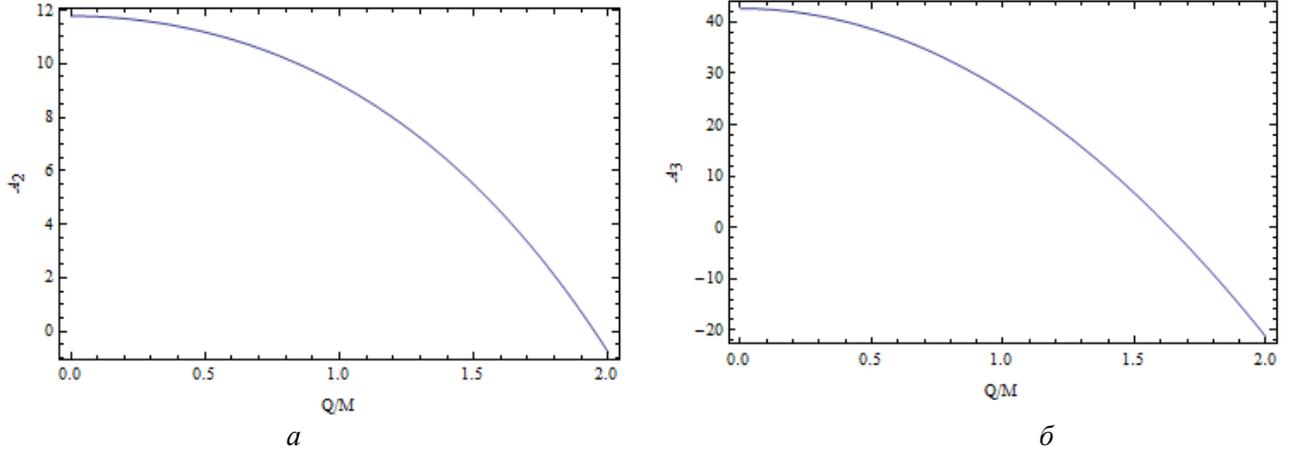


Рис. 2. График зависимости коэффициента  $A_2$  и  $A_3$  от  $Q/M$

Подставив коэффициенты (28)–(29) в уравнения (11)–(13) можно найти коэффициенты первого, второго и третьего порядка угла отклонения:

$$A_1 = 4, \quad (30)$$

$$A_2 = \frac{15\pi}{4} \left( 1 - \frac{1}{5} \frac{Q^2}{M^2} - \frac{1}{60} \frac{Q^4}{M^4} \right), \quad (31)$$

$$A_3 = \frac{128}{3} - 16 \frac{Q^2}{M^2}. \quad (32)$$

Таким образом, угол отклонения магнитно заряженной черной дырой ГМГГС в слабом гравитационном поле до третьего порядка задается в виде

$$\hat{\alpha}(b) = \frac{4M_*}{b} + \frac{15\pi}{4} \left( 1 - \frac{1}{5} \frac{Q^2}{M^2} - \frac{1}{60} \frac{Q^4}{M^4} \right) \left( \frac{M_*}{b} \right)^2 + \left( \frac{128}{3} - 16 \frac{Q^2}{M^2} \right) \left( \frac{M_*}{b} \right)^3 + O \left( \frac{M_*}{b} \right)^4. \quad (33)$$

Отметим, что при  $Q = 0$  это уравнение сводится к выражению для угла отклонения черной дыры Шварцшильда. Из уравнения (33) видно, что электрический заряд не влияет на первый порядок угла отклонения и равен углу отклонения Шварцшильда.

На рис. 2, *a* изображен график зависимости коэффициента  $A_2$  от безразмерного параметра  $Q/M$ . Из рисунка видно, что коэффициент  $A_2$  монотонно уменьшается с увеличением заряда  $Q$ . Отметим, что в точке

$$Q = \sqrt{2(-3 + 2\sqrt{6})}M \approx 1.94M$$

коэффициент  $A_2 = 0$  и, следовательно, поправки второго порядка к углу отклонения не будет. Интересным отличием от магнитного заряда является то, что в случае электрического заряда коэффициент  $A_2 \rightarrow -\infty$  при  $Q \rightarrow \infty$ , а в случае магнитного заряда коэффициент  $A_2 \rightarrow +\infty$  при  $Q \rightarrow \infty$ .

На рис. 2, *б* изображен график зависимости коэффициента  $A_3$  от безразмерного параметра  $Q/M$ . Из рисунка видно, что коэффициент  $A_3$

так же монотонно уменьшается с увеличением  $Q$ . Возможен случай, когда поправки третьего порядка не будет, т.е.  $A_3 = 0$  в точке

$$Q = 2\sqrt{\frac{2}{3}}M \approx 1.63M.$$

Таким образом, случай незаряженной черной дыры, т.е.  $Q = 0$ , соответствует наибольшей положительной поправке второго и третьего порядка угла отклонения к первому. Отметим так же, что с увеличением электрического заряда  $Q$ , и третий (в точке  $Q \approx 1.63M$ ) и второй (в точке  $Q \approx 1.94M$ ) порядок постепенно становятся отрицательными поправками к углу отклонения».

**Заключение.** В работе был получен угол отклонения двух заряженных черных дыр ГМГГС в картине струн. Показано, что заряд черных дыр не влияет на угол отклонения в первом порядке. Однако поправка второго порядка магнитно заряженных черных дыр увеличивается с увеличением магнитного заряда, в то время как уменьшается в случае электрически заряженной черной дыры. Поскольку заряд появляется в первом порядке пост-пост-ньютоновского разложения, как это показано в уравнениях (16), (17), (26) и (27), заряженным черным дырам свойственны небольшие и близко расположенные мнимые изображения источника света. В работе [12] было показано, что свойства аккреционного диска черных дыр ГМГГС в предельных случаях зарядов  $Q^2 = 2M^2$  (случай кротовой норы для магнитно заряженного решения и голой сингулярности для электрически заряженного решения) имеют существенные отличия, в то время как не проявляются в случае слабого гравитационного линзирования, как было показано в нашей работе.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-22-00391).*

### Литература

1. Schneider P., Ehlers J., Falco E.E. Gravitational Lenses // Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Press. 1992. 112 p.
2. Blandford R.D., Narayan R. Cosmological applications of gravitational lensing // Annu. Rev. Astron. Astrophys. 1992. V. 30. P. 311–358.
3. Refregier A. Weak gravitational lensing by large-scale structure // Annu. Rev. Astron. Astrophys. 2003. V. 41. P. 645–668.
4. Akiyama K. et al. (Event Horizon Telescope) First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole // Astrophys. J. Lett. 2019. V. 875. P. L1.
5. Izmailov R.N., Lukmanova R.F. Can Weak Field Lensing Distinguish Between a Naked Singularity, an Ellis-Bronnikov Regular Wormhole and a Black Hole? // Grav. Cosmol. 2020. V. 26. P. 7–15.
6. Horowitz G.T., Polchinski J. Selfgravitating fundamental strings // Phys. Rev. D. 1998. V. 57. P. 2557–2563.
7. Gibbons G.W., Maeda K. Black holes and membranes in higher-dimensional theories with dilaton fields // Nucl. Phys. B. 1988. V. 298. P. 741–775.
8. Garfinkle D., Horowitz G.T., Strominger A. Charged black holes in string theory // Phys. Rev. D. 1991. V. 43. P. 3140–3143.
9. Izmailov R.N., Karimov R.K., Potapov A.A., Nandi K.K. Vacuum Brans-Dicke theory in the Jordan and Einstein frames: Can they be distinguished by lensing? // Mod. Phys. Lett. A. 2020. V. 35. 2050308 p.
10. Bhadra A. Gravitational lensing by a charged black hole of string theory // Phys. Rev. D. 2003. V. 67. 103009 p.
11. Keeton C.R., Petters A.O. Formalism for testing theories of gravity using lensing by compact objects: Static, spherically symmetric case // Phys. Rev. D. 2005. V. 72. 104006 p.
12. Karimov R.K., Izmailov R.N., Bhattacharya A., Nandi K.K. Accretion disks around the Gibbons-Maeda-Garfinkle-Horowitz-Strominger charged black holes // Eur. Phys. J. C. 2018. V. 78. 788 p.



## WEAK GRAVITATIONAL LENSING BY CHARGED BLACK HOLES

© R.N. Izmailov, R.Kh. Karimov, E.O. Minakhmetova

Bashkir State Pedagogical University n.a. M. Akmulla,  
3-a Oktyabrskoj revoljucii st., Ufa, Russian Federation

The deflection of light due to gravity was predicted by general relativity and first confirmed by observations in 1919. In the following decades, various aspects of the gravitational lensing effect were theoretically explored, including the possibility of obtaining multiple or annular images of background sources, the use of lensing as a gravitational telescope on very faint and distant objects, and the possibility of determining the Hubble constant using lensing. Gravitational lensing is the deflection of light by gravity caused by the action of compact astrophysical objects. Various objects, such as a galaxy, stars, black holes, wormholes, and others, can act as a gravitational lens. In our study, as a gravitational lens, we chose black holes described by the Gibbons-Maeda-Garfinkle-Horowitz-Strominger solutions in the string frame. The two solutions in the string frame are magnetically and electrically charged black holes with an event horizon. The work will investigate the effect of electric and magnetic charges on the angle of deflection of light.

Keywords: gravitational lensing, black holes, string theory, dilaton charge.