

УДК 532.546

DOI: 10.31040/2222-8349-2023-0-4-10-16

ВЗАИМОСВЯЗЬ НЕЛИНЕЙНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБРАЗОВАНИЯ ГЛИНИСТОЙ КОРКИ В РАДИАЛЬНОЙ И ЛИНЕЙНОЙ ГЕОМЕТРИИ

© А.И. Филиппов, М.А. Зеленова

Предложена квазистационарная модель формирования глинистой корки при бурении скважин в интервалах глубин с проницаемыми горными породами, на основе которой установлены физические параметры сред, пласта и скважины, определяющие зависимость ее радиальных размеров от времени. Предполагается, что фильтрационные поля давления описываются стационарными уравнениями пьезопроводности. Зависимость давления, толщины глинистой корки, радиуса зоны возмущений давления в проницаемой породе в процессе бурения и других параметров от времени является параметрической. Такая зависимость возникает из дополнительного уравнения, которое связывает количество поглощенной пластом жидкости и скорость фильтрации на входе в пористую среду. Общая постановка задачи, включающая стационарные уравнения пьезопроводности для глинистой корки и пласта, граничные условия и дополнительное уравнение, является нелинейной, поскольку границы зоны возмущений в пласте и глинистой корки являются подвижными. Построено аналитическое решение задачи, на основе которого выполнены исследования по влиянию физических параметров среды, скважины и т.п. на процесс формирования глинистой корки в реальных условиях.

Найдены интегралы движения нелинейной задачи, представляющие инвариантные комплексы параметров, которые не изменяются в процессе формирования глинистой корки. Наличие таких интегралов позволило установить взаимосвязь решений задач, представленных в радиальной и линейной геометриях.

Показано, что в частном случае тонкой глинистой корки полученные выражения для радиальной геометрии совпадают с известными, когда геометрический фактор фильтра бурового раствора соответствует плоскому течению. Выявлены новые возможности оценки физических параметров коллекторов на основе кавернометрии. Решение этой задачи особенно важно для горизонтальных скважин, в которых интервалы глинистой корки имеют значительную протяженность, а ее формирование происходит в условиях широкого диапазона коллекторских свойств пласта. Рассмотренная задача представляет практическую значимость, поскольку зона проникновения фильтра бурового раствора в пласт оказывает экранирующее влияние на использование геофизических методов для определения насыщения пластов. Полученные решения могут быть использованы как для совершенствования интерпретации геофизических методов, так и развития технологии бурения.

Ключевые слова: нелинейная задача, глинистая корка, фильтрация, зона проникновения.

В процессе образования глинистой корки на стенке скважины в процессе бурения, за счет осаждения из глинистого бурового раствора и обломков разрушенных горных пород, происходит уменьшение скорости фильтра бурового раствора в коллекторе и замедление темпов нарастания радиуса зоны возмущений. Формирование зоны проникновения приводит к изменению насыщенности вскрываемого пласта-коллектора и других физических свойства

проницаемых пород в призабойной зоне. Это является основным препятствием для определения нефте- и газонасыщенности вскрываемых пластов геофизическими методами [1]. С другой стороны, наличие глинистой корки и ее толщина свидетельствуют о проницаемости вскрываемых скважиной пород, что создает предпосылки для определения коллекторских свойств пласта и возможном содержании нефти и газа.

ФИЛИППОВ Александр Иванович – д.т.н., Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологий, НОЦ «Физика термодинамического воздействия на продуктивный пласт»; ООО «РН-БашНИПИнефть», e-mail: filiprovai1949@mail.ru

ЗЕЛЕНОВА Марина Анатольевна – к.ф.-м.н., Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологий, e-mail: marina_ag@inbox.ru

В реальных условиях информация о глинистой корке представляет огромный интерес и ее наличие контролируется с помощью специальных приборов – каверномеров. Соответствующее направление геофизики называется кавернометрией, которая входит в обязательный комплекс промыслово-геофизических методов. Это создает необходимость развития интерпретационных моделей, требующих решения нелинейных задач математической физики, даже в упрощенной постановке.

В работах [2–7] обоснована возможность использования измеряемой толщины глинистой корки для определения параметров проницаемого пласта, поэтому развитие теории ее формирования представляет практически важную задачу. В [2] предложена эмпирическая модель, не учитывающая взаимосвязь размеров глинистой корки и зоны проникновения.

Недостатком предложенных моделей является отождествление зоны проникновения с зоной возмущения поля давления в пласте, вызванной различием давлений в пласте и скважине, хотя даже из общих соображений ясно, что размеры зоны возмущений значительно больше размеров зоны проникновения. Авторам, к сожалению, не удалось найти явных аналитических зависимостей толщины глинистой корки, радиуса зоны возмущений и скорости фильтрации от времени. Построение таких зависимостей чрезвычайно важно для определения физических характеристик пласта и насыщенности по результатам промысловых геофизических исследований.

Наиболее поздняя гидродинамическая модель описана в работе [5], где учтено формирование зоны проникновения с учетом кольматации, однако в ней игнорируется согласованный рост глинистой корки и увеличение радиуса зоны проникновения.

Здесь развита модель, учитывающая согласованный рост глинистой корки и зоны возмущения, на основе которой удалось построить явные аналитические выражения для зависимости толщины глинистой корки, радиуса зоны возмущений и скорости фильтрации от времени.

Рассмотрена задача о формировании глинистой корки в радиальной геометрии. Для этого использована цилиндрическая система координат, ось z которой направим вдоль оси скважины, а r – перпендикулярно ей вдоль пласта (рис. 1). Тогда координата $r = r_b(t)$ соответствует внутренней границе глинистой корки, $r = r_0$ –

границе корки и скважины, а $r = R(t)$ – границе зоны возмущения поля давления в пласте.

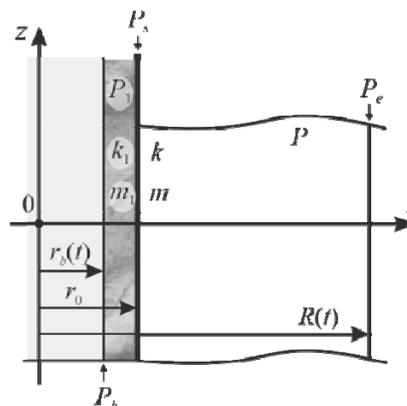


Рис. 1. Геометрия задачи о формировании глинистой корки

Поля давления в пласте P и глинистой корке P_1 для одномерного радиального течения $v_r = v_r(r, z, t)$ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dP}{dr} \right) = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dP_1}{dr} \right) = 0, \quad (1)$$

решения которых имеют вид $P = A \ln(r) + B$, $P_1 = C \ln(r) + D$, соответственно. Константы интегрирования находятся из дополнительных условий на границах.

Введены обозначения: P_b – давление, создаваемое буровым раствором в скважине (на входе в глинистую корку), $P_s = P|_{r=r_0} = P_1|_{r=r_0}$ – давление на входе в пласт (на выходе из глинистой корки), P_e – давление на внешней границе зоны возмущения $R = R(t)$. Для простоты считаем, что давление в скважине поддерживается постоянным $P_b = \text{const}$. Из условий эксплуатации также следует, что величина пластового давления в процессе бурения может изменяться пренебрежимо мало, т.е. $P_e = \text{const}$. С учетом этого граничные условия для определения констант A, B, C, D представляются как

$$\begin{aligned} P_1|_{r=r_b} &= P_b, \quad P|_{r=R} = P_e, \\ P|_{r=r_0} &= P_1|_{r=r_0} = P_s, \\ k \frac{dP}{dr} \Big|_{r=r_0} &= k_1 \frac{dP_1}{dr} \Big|_{r=r_0}, \end{aligned} \quad (2)$$

где k и k_1 – проницаемость пласта и глинистой корки соответственно.

Отметим, что для рассматриваемого квазистационарного случая параметры h, R являются функциями времени t , а скорость фильтрации v – функцией координаты r и времени t . Нали-

чие подвижных границ приводит к тому, что задачи для определения зависимости этих параметров от времени являются нелинейными несмотря на то, что исходная задача для поля давления сформулирована в линейной постановке.

С учетом (2) поле давления в глинистой корке и пласте представляется как

$$P_1 = -\frac{P_b - P_s}{\ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_b}\right) + P_b, \quad (3)$$

$$P = -\frac{P_s - P_e}{\ln\left(\frac{R}{r_0}\right)} \ln\left(\frac{r}{R}\right) + P_e. \quad (4)$$

Здесь использовано обозначение для неизвестной величины давления на поверхности стенки скважины $P_s = P|_{r=r_0} = P_1|_{r=r_0}$, которое находится из условия равенства скоростей фильтрации на границе $r = r_0$ и представляется как

$$P_s = \frac{k_1 P_b \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) + k P_e \ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)}{k_1 \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) + k \ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)}. \quad (5)$$

В формулу (5) для определения давления на стенке скважины входят зависящие от времени параметры $R = R(t)$ и $r_b = r_b(t)$.

С учетом (5) выражение для поля давления в глинистой корке (2) и пласте (3) представлены в виде

$$P_1 = -\frac{P_0 \ln\left(\frac{r}{r_b}\right)}{\frac{k_1}{k} \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) + \ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)} + P_b, \quad (6)$$

$$P = -\frac{P_0 \ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\ln\left(\frac{R}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)} + P_e, \quad (7)$$

где $P_0 = P_b - P_e$ – депрессия, создаваемая буровым раствором на входе в глинистую корку.

Из (6) и (7), согласно закону Дарси, определена скорость фильтрации, которая в пласте и глинистой корке выражается соотношениями

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{k}{\mu} \frac{P_0}{\ln\left(\frac{R}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)} \frac{1}{r},$$

$$v_1 = -\frac{k_1}{\mu} \frac{\partial P_1}{\partial r} = \frac{k}{\mu} \frac{P_0}{\ln\left(\frac{R}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)} \frac{1}{r}, \quad (8)$$

где μ – динамическая вязкость фильтрата бурового раствора.

Из (8) следует, что произведение скорости фильтрации на радиальную координату и в пласте, и в глинистой корке представляется универсальной зависимостью

$$rv(r) = \frac{k}{\mu} \frac{P_0}{\ln\left(\frac{R}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)}, \quad (9)$$

правая часть которой не зависит от радиальной координаты. Здесь $v(r) = v_1$ при $r_b \leq r \leq r_0$ и $v(r) = v$ при $r_0 \leq r \leq R$.

Изотермическое уравнение состояния жидкой фазы представлено в линеаризованном виде $\rho = \rho_0(1 + \alpha(P - P_l))$, где α – сжимаемость, ρ_0 – плотность фильтрата при $P = P_l$ т.е. в точке линеаризации. Плотность фильтрата бурового раствора на входе в глинистую корку запишется как $\rho_b = \rho_0(1 + \alpha(P_b - P_l))$, а невозмущенной жидкой фазы – в виде $\rho_e = \rho_0(1 + \alpha(P_e - P_l))$.

Масса фильтрата, находящегося в зоне возмущений пласта единичной толщины с пористостью m , представлена как разность масс сжатого избыточным давлением фильтрата бурового раствора в зоне возмущения и невозмущенной жидкости в пласте, которая заполняла это пространство до начала проходки пористого пласта бурением. Для простоты положено, что оба флюида описываются одним и тем же линеаризованным уравнением состояния. Путем подстановки полученных зависимостей для плотности преобразуем выражение для массы фильтрата бурового раствора в зоне возмущения к виду

$$\begin{aligned} M &= 2\pi m \int_{r_0}^R (\rho - \rho_e) r' dr' = \\ &= 2\pi m \rho_0 \alpha \int_{r_0}^R (P - P_e) r' dr'. \end{aligned} \quad (10)$$

Для $P - P_e$, входящего в подынтегральное выражение (10), из (7) с учетом (9) имеем

$$P - P_e = -\frac{\mu}{k} v_0 r_0 \ln\left(\frac{r}{R}\right). \quad (11)$$

Тогда выражение (10) примет вид

$$\begin{aligned}
 M &= 2\pi m \rho_0 \alpha \int_{r_0}^R (P - P_e) r' dr' = \\
 &= -\frac{2\pi m \mu \rho_0 \alpha v_0 r_0}{k} \int_{r_0}^R \ln\left(\frac{r'}{R}\right) r' dr' = \\
 &= \pi m \rho_0 \alpha \frac{\mu}{k} v_0 r_0 \left(\frac{R^2 - r_0^2}{2} - r_0^2 \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) \right). \quad (12)
 \end{aligned}$$

Объем цилиндрического слоя, занимаемого глинистой коркой единичной высоты, запишется как $V = \pi(r_0^2 - r_b^2)$, а объем твердых частиц, выделившихся из бурового раствора в виде глинистой корки, составляет $V_T = m_1 \pi(r_0^2 - r_b^2)$, $m_1 = 1 - m_{гк}$ – объемное содержание твердой фазы в глинистой корке, а $m_{гк}$ – ее пористость. Поскольку глинистая корка формируется за счет отложений, то объем фильтрата бурового раствора, проникшего в пласт, составит $V_\phi = V_T/c$, где c – относительный объем шлама, осаждающегося из бурового раствора, т.е. объем шлама, отнесенного к единице объема проникшего в пласт фильтрата бурового раствора. Соотношение объемов фильтрата и глинистой корки представим через скорость фильтрации как

$$V_\phi = \frac{m_1}{c} \pi(r_0^2 - r_b^2) = 2\pi m \int_0^t r_0 v_0(t') dt'. \quad (13)$$

Масса фильтрата, проникшего в пласт, может быть выражена через скорость фильтрации на входе в глинистую корку как

$$M = \frac{m_1}{c} \pi(r_0^2 - r_b^2) \rho_b = 2\pi \rho_b \int_0^t r_b v_b(t') dt'. \quad (14)$$

Приравнявая (12) и первую часть уравнения (14), что соответствует закону сохранения массы, с учетом (9), после элементарных преобразований получим уравнение, связывающее зависящие от времени радиус зоны возмущения и координаты глинистой корки

$$\begin{aligned}
 r_0^2 - r_b^2 &= \frac{\rho_0}{\rho_b m_1} \frac{m \alpha c P_0}{\ln\left(\frac{R}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)} \times \\
 &\times \left(\frac{R^2 - r_0^2}{2} - r_0^2 \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) \right). \quad (15)
 \end{aligned}$$

Уравнение (15) представляет неявную зависимость координаты глинистой корки и радиуса зоны возмущения $R = R(r_b)$, которая выполняется в любой момент времени.

Уравнение для определения зависимости координаты глинистой корки r_b от времени получим путем подстановки в (14) выражения (9)

$$r_0^2 - r_b^2 = 2 \frac{kc}{\mu m_1} P_0 \int_0^t \frac{dt'}{\ln\left(\frac{R(t')}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{r_b(t')}\right)}. \quad (16)$$

Дифференцируя обе части выражения (16) по времени, получим дифференциальное уравнение для определения $r_b(t)$

$$r_b \frac{dr_b}{dt} = -\frac{kc}{\mu m_1} \frac{P_0}{\ln\left(\frac{R(r_b)}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{r_b}\right)}, \quad (17)$$

решение которого имеет вид

$$\begin{aligned}
 \int_{r_0}^{r_b} \left(\ln\left(\frac{R(u)}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{u}\right) \right) u du &= \\
 &= -\frac{kc}{\mu m_1} P_0 t. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Толщина глинистой корки определяется как разность $h = r_0 - r_b$. Входящая в (18) функция $R(u)$ определяется с помощью (15) в виде неявной зависимости

$$\begin{aligned}
 r_0^2 - u^2 &= \frac{\rho_0}{\rho_b m_1} \frac{m \alpha c P_0}{\ln\left(\frac{R}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{u}\right)} \times \\
 &\times \left(\frac{R^2 - r_0^2}{2} - r_0^2 \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) \right). \quad (19)
 \end{aligned}$$

Совместное использование формул (18) и (19) позволяет определить зависимость радиуса зоны возмущения от времени. Зависимость скорости фильтрации от времени определяется на основе формул (18), (19) и (9).

Далее рассмотрим приближение тонкой глинистой корки [6], когда ее толщина много меньше радиуса скважины $h = r_0 - r_b \ll r_0$. Это означает также, что толщину кольцевой зоны возмущения \tilde{R} можно полагать меньшей, чем радиус скважины $\tilde{R} = R - r_0 \ll r_0$. Для построения этого приближения в (15) осуществим замену $r_0 - r_b = h$, $r_b = r_0 + h$ и $R = \tilde{R} + r_0$; в результате получим

$$\begin{aligned}
 (r_0 + r_b)h &= \frac{\rho_0}{\rho_b m_1} \frac{m \alpha c P_0}{\ln\left(\frac{\tilde{R} + r_0}{r_0}\right) + \frac{k}{k_1} \ln\left(\frac{r_0}{r_0 - h}\right)} \times \\
 &\times \left(\frac{\tilde{R}(\tilde{R} + 2r_0)}{2} - r_0^2 \ln\left(\frac{\tilde{R} + r_0}{r_0}\right) \right). \quad (20)
 \end{aligned}$$

Разложив логарифмы в ряд Маклорена

$$\ln\left(\frac{r_0}{r_0-h}\right) = -\ln\left(1-\frac{h}{r_0}\right) \approx \frac{h}{r_0},$$

$$\ln\left(\frac{\tilde{R}+r_0}{r_0}\right) = \ln\left(1+\frac{\tilde{R}}{r_0}\right) \approx \frac{\tilde{R}}{r_0} - \frac{1}{2}\frac{\tilde{R}^2}{r_0^2}$$

и сохранив достаточное количество слагаемых, после элементарных преобразований приходим к квадратному уравнению для определения h/\tilde{R}

$$k\left(\frac{h}{\tilde{R}}\right)^2 + k_1\frac{h}{\tilde{R}} - \frac{m\rho_0\alpha ck_1}{2m_1\rho_b}P_0 = 0. \quad (21)$$

При построении (21) учтено, что сумма $r_0 + r_b$ приблизительно равна $2r_0$, или $r_0 + r_b \approx 2r_0$ в соответствии с принятыми предположениями о толщине глинистой корки. Заметим, что принятые допущения выполняются в большинстве практических случаев, по крайней мере для малых времен, поскольку толщина глинистой корки измеряется несколькими миллиметрами или сантиметрами, а радиус необсаженной скважины чаще всего превышает 10 см. Модель тонкой глинистой корки полезна также для качественного анализа процессов ее формирования.

Решение квадратного уравнения (21) представляет интеграл движения

$$\frac{h}{\tilde{R}} = \frac{1}{2}\frac{k_1}{k}\left(\sqrt{1+\frac{2m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0} - 1\right), \quad (22)$$

т.к. согласно (22) отношение h/\tilde{R} не зависит от времени несмотря на то, что и h , и \tilde{R} являются функциями от t .

Следующий интеграл рассматриваемого фильтрационного течения следует из выражения (9), которое с помощью аналогичных преобразований представлен в виде

$$v_0\tilde{R} = \frac{k}{\mu}\frac{P_0}{1+\frac{k}{k_1}\frac{h}{\tilde{R}}}. \quad (24)$$

Поскольку в (24) h/\tilde{R} не зависит от времени, то произведение $v_0\tilde{R}$ также не зависит от времени и является интегралом движения. Подставив в него выражение (22) для h/\tilde{R} , имеем

$$v_0\tilde{R} = \frac{k}{\mu}\frac{2P_0}{1+\sqrt{1+\frac{2m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0}}. \quad (25)$$

Аналогичное соотношение можно получить из (17) в предположении, что толщина глинистой корки мала.

Далее в (17) полагаем $r_b = r_0 - h$ и $R = \tilde{R} + r_0$. Разложив логарифмы в ряд Маклорена в предположении $r_0 - h \approx r_0$ в правой части, представим нелинейное уравнение для определения толщины глинистой корки в виде

$$h\frac{dh}{dt} = \frac{kc}{\mu m_1}\frac{P_0}{\frac{\tilde{R}}{h} + \frac{k}{k_1}}. \quad (26)$$

Такое представление позволяет использовать (22) для исключения из него \tilde{R} . В результате подстановки получим дифференциальное уравнение для определения зависимости толщины глинистой корки h от времени

$$h\frac{dh}{dt} = \frac{\rho_b k_1^2}{\mu m\rho_0\alpha k}\left(1 + \frac{m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0 - \sqrt{1 + \frac{2m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0}\right). \quad (27)$$

Уравнение (27) позволяет построить решение задачи о толщине глинистой корки и представить h в виде

$$h = k_1\sqrt{\frac{2\rho_b}{\mu m\rho_0\alpha k}} \times \sqrt{\left(1 + \frac{m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0 - \sqrt{1 + \frac{2m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0}\right)t}. \quad (28)$$

Далее используя (22), с помощью (28) представим зависимость размеров зоны возмущения в коллекторе как

$$\tilde{R} = \frac{m_1\rho_b k_1}{P_0 m\rho_0\alpha c}\sqrt{\frac{2\rho_b}{\mu m\rho_0\alpha k}}\left(\sqrt{1 + \frac{2m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0} + 1\right) \times \sqrt{\left(1 + \frac{m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0 - \sqrt{1 + \frac{2m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0}\right)t}. \quad (29)$$

Используя (25), с помощью (29) найдем выражение для скорости фильтрации

$$v_0 = k_1\frac{m_1}{c}\sqrt{\frac{\rho_b}{2\mu m\rho_0\alpha k}} \times \sqrt{\left(1 + \frac{m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0 - \sqrt{1 + \frac{2m\rho_0\alpha ck}{m_1\rho_b k_1}P_0}\right)}. \quad (30)$$

Выражения (28)–(30) составляют полное решение задачи о формировании тонкой глинистой корки и могут быть использованы для расчета и анализа закономерностей ее формирования.

Особый интерес представляет случай малых депрессий, для которых $x = \frac{m\rho_0\alpha ck}{2m_1\rho_b k_1}P_0 \ll 1$.

В этом случае два первых слагаемых в скобках выражения (28) совпадают с нулевым и первым

членами разложения третьего слагаемого в ряд Маклорена по параметру x . Поэтому для нахождения приближенного решения, соответствующего малой депрессии, используем следующее выражение для последнего слагаемого в скобках (28): $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^3}{8}$. В результате получим

$$h \approx \sqrt{k} \frac{c}{m_1} P_0 \sqrt{\frac{\rho_0 m \alpha}{\rho_b \mu}} t. \quad (31)$$

Аналогично для зоны возмущения в коллекторе и скорости фильтрации имеем

$$R = \sqrt{\frac{\rho_b k}{\mu m \rho_0 \alpha}} \left(\sqrt{1 + \frac{2m \rho_0 \alpha c k}{m_1 \rho_b k_1} P_0} + 1 \right) \sqrt{t} \cong \\ \cong 2\sqrt{kt} \sqrt{\frac{\rho_b}{\mu m \rho_0 \alpha}}. \quad (32)$$

$$v = \frac{P_0}{2} \sqrt{\frac{k}{t}} \sqrt{\frac{m \rho_0 \alpha}{\mu \rho_b}}. \quad (33)$$

Таким образом, найденные соотношения устанавливают взаимосвязь параметров глинистой корки и зоны возмущения в пласте для случаев радиальной и линейной геометрии. Полученные выражения представляют интерес для расчетов реальных параметров и могут быть использованы для усовершенствования технологии бурения с целью уменьшения экранирующего влияния зоны проникновения на определение насыщенности пластов геофизическими методами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ – грант № 22-22-00132.

Литература

1. Синев А.В., Роменский Е.И., Доровский В.Н. Влияние глинистой корки на волновое поле вблизи скважины в пористой насыщенной среде // Геология и геофизика. 2012. Т. 53. № 8. С. 1070–1077.
2. Живаева В.В., Никитин В.И. Модель для расчета радиуса проникновения фильтра бурового раствора при вскрытии пласта // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 6–2. С. 250–254.
3. Евменова Д.М., Голиков Н.А., Юркевич Н.В., Ельцов И.Н. Экспериментальное исследование глинистой корки в условиях циркуляции бу-

рового раствора // Каротажник. 2021. № 3 (309). С. 100–108.

4. Князев А.Р., Малиновский А.К., Некрасов А.Н. Выделение тонких проницаемых пластов и уточнение границ коллекторов по данным скважинного акустического сканера // Каротажник. 2017. № 10 (280). С. 34–40.

5. Бочаров О.Б., Кушнир Д.Ю. Аналитическое решение задачи о росте глинистой корки на стенке скважины с учетом смыва // Сибирский журнал индустриальной математики. 2012. Т. 15. № 1 (49). С. 14–21.

6. Филиппов А.И., Зеленова М.А. Нелинейная модель формирования глинистой корки в буровой скважине // Инженерная физика. 2022. № 4. С. 14–19.

7. Евменова Д.М., Голиков Н.А., Юркевич Н.В., Ельцов И.Н. Экспериментальное исследование глинистой корки в условиях циркуляции бурового раствора // Каротажник. 2021. № 3 (309). С. 100–108.

References

1. Sinev A.V., Romenskij E.I., Dorovskij V.N. Vliyanie glinistoj korki na volnovoe pole vblizi skvazhiny v poristoj насыщенной среде // Geologiya i geofizika, 2012, vol. 53, no. 8, pp. 1070–1077.
2. Zhivaeva V.V., Nikitin V.I. Model' dlya rascheta radiusa proniknoveniya fil'trata burovogo rastvora pri vskrytii plasta // Sovremennye naukoemkie tekhnologii, 2016, no. 6–2, pp. 250–254.
3. Evmenova D.M., Golikov N.A., Yurkevich N.V., El'cov I.N. Eksperimental'noe issledovanie glinistoj korki v usloviyah cirkulyacii burovogo rastvora // Karotazhnik, 2021, no. 3 (309), pp. 100–108.
4. Knyazev A.R., Malinovskij A.K., Nekrasov A.N. Vydelenie tonkih pronicaemyh plastov i utochnenie granic kolektorov po dannym skvazhinogo akusticheskogo skanera // Karotazhnik, 2017, no. 10 (280), pp. 34–40.
5. Bocharov O.B., Kushnir D.Yu. Analiticheskoe reshenie zadachi o roste glinistoj korki na stenke skvazhiny s uchetom smyva // Sibirskij zhurnal industrial'noj matematiki, 2012, vol. 15, no. 1 (49), pp. 14–21.
6. Filippov A.I., Zelenova M.A. Nelinejnaya model' formirovaniya glinistoj korki v burovoj skvazhine // Engineering Physics, 2022, no. 4, pp. 14–19.
7. Evmenova D.M., Golikov N.A., Yurkevich N.V., El'cov I.N. Eksperimental'noe issledovanie glinistoj korki v usloviyah cirkulyacii burovogo rastvora // Karotazhnik, 2021, no. 3 (309), pp. 100–108.



**INTERRELATION OF NONLINEAR MATHEMATICAL MODELS
FOR FORMATION OF A CLAY PIECE IN RADIAL AND LINEAR GEOMETRY**

© A.I. Filippov, M.A. Zelenova

Sterlitamak branch of the Ufa University of Science and Technology,
49, Prospekt Lenina, 453103, Sterlitamak, Russian Federation

A quasi-stationary model for the formation of a clay filter during well drilling in depth intervals with permeable rocks is proposed, on the basis of which the physical parameters of the media, reservoir and well are established, which determine the dependence of its radial dimensions on time. It is assumed that the filtration pressure fields are described by stationary piezoconductivity equations. The dependence of pressure, mudcake thickness, radius of the zone of pressure disturbances in the permeable rock during drilling and other parameters on time is parametric. Such a dependence arises from an additional equation that relates the amount of fluid absorbed by the formation and the filtration rate at the inlet to the porous medium. The general formulation of the problem, which includes the stationary piezoconductivity equations for the mudcake and reservoir, boundary conditions, and an additional equation, is non-linear, since the boundaries of the perturbation zone in the reservoir and the mudcake are mobile. An analytical solution of the problem was constructed, on the basis of which studies were carried out on the influence of the physical parameters of the medium, wells, etc. on the process of formation of a clay cake in real conditions.

Integrals of motion of a nonlinear problem are found, which represent invariant complexes of parameters that do not change during the formation of a mud cake. The presence of such integrals made it possible to establish the relationship between the solutions of problems presented in radial and linear geometries.

It is shown that in the particular case of a thin mud filter, the obtained expressions for the radial geometry coincide with the known ones, when the geometric factor of the drilling fluid filtrate corresponds to a flat flow. New possibilities for estimating the physical parameters of reservoirs based on caliper logging have been identified. The solution of this problem is especially important for horizontal wells, in which the intervals of clay cake have a significant length, and its formation occurs under conditions of a wide range of reservoir properties of the formation. The considered problem is of practical importance, since the zone of penetration of the drilling fluid filtrate into the formation has a screening effect on the use of geophysical methods to determine the saturation of the formations. The obtained solutions can be used both to improve the interpretation of geophysical methods and the development of drilling technology.

Keywords: nonlinear problem, mud cake, filtration, penetration zone.