

УДК 531.18, 531.653

DOI: 10.31040/2222-8349-2023-0-2-15-19

## ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

© В.Д. Павлов

Отмечено, что задача выбора системы отсчета при относительном движении инертных объектов сопоставимой массы особенно актуальна при межпланетных перелетах на значительном удалении от планет. Существует точка зрения, что все инерциальные системы отсчета равноправны, и выбор между ними определяется исключительно удобством вычислений. Целью работы является определение абсолютной инерциальной системы отсчета при относительном неускоренном движении произвольного числа инертных объектов в трехмерном евклидовом пространстве и установление отличия ее от относительных систем отсчета. Для одних и тех же движущихся друг относительно друга инертных объектов различные системы координат дают совершенно различные совокупные кинетические энергии объектов. В этом смысле признать их равноправными не представляется возможным. Очевидно, что ни одна из этих систем координат не может рассматриваться в качестве абсолютной. Абсолютной системой координат следует считать такую систему, при выборе которой полностью исключен произвол. Этому требованию удовлетворяет система, в которой совокупная кинетическая энергия инертных объектов является минимальной. Абсолютная система координат совпадает с центром масс инертных объектов и с эпицентром их гипотетического отталкивания из состояния (также гипотетического) взаимной неподвижности. После гипотетического отталкивания скорости инертных объектов относительно центра масс приобретают такие же значения, что и в абсолютной системе координат. Наряду с самыми разнообразными системами отсчета при взаимном движении неускоренных инертных объектов, в том числе связанными с этими объектами (эти системы отсчета можно считать относительными), существует одна абсолютная система отсчета, связанная с центром масс рассматриваемых инертных объектов. Рассмотренные отталкивания инертных объектов являются расчетными и к действительности могут не иметь никакого отношения. Количество инертных объектов при определении абсолютной системы координат ничем не ограничено. Это могут быть как два объекта, так и звездная система.

Ключевые слова: координаты, объект, масса, скорость, экстремум, импульс, центр масс, отталкивание.

**Введение.** Задача выбора системы отсчета при относительном движении объектов сопоставимой массы особенно актуальна при межпланетных перелетах на значительном удалении от планет [1].

Существует точка зрения, что все инерциальные системы отсчета равноправны [2, 3] и выбор между ними определяется исключительно удобством вычислений [4–6].

**Движение двух неускоренных объектов в  $\mathbb{R}^1$ .** Пусть относительная скорость двух неускоренных объектов, имеющих массы  $m_1$  и  $m_2$ , равна  $v$ .

Системы отсчета, связанные с каждым объектом, являются инерциальными [7, 8].

В системе координат, связанной с первым объектом, совокупная кинетическая энергия объектов определяется как

$$E_{112} = E_{11} + E_{12} = 0 + \frac{m_2 v^2}{2}.$$

В системе координат, связанной со вторым объектом, совокупная кинетическая энергия объектов имеет вид:

$$E_{212} = E_{21} + E_{22} = \frac{m_1 v^2}{2} + 0.$$

В любой другой системе координат первый объект имеет скорость  $v_1$ , а второй объект –

$$v_2 = v_1 - v.$$

В указанной системе координат совокупная кинетическая энергия объектов определяется как

$$E_{312} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1 - v)^2}{2}.$$

Первая, вторая и третья системы координат дают совершенно различные совокупные кинетические энергии объектов.

тические энергии объектов. В этом смысле признать их равноправными не представляется возможным. Очевидно, что ни одна из этих систем координат не может рассматриваться в качестве абсолютной.

*Абсолютной системой координат* следует считать такую систему, при выборе которой полностью исключен произвол. Этому требованию удовлетворяет система, в которой совокупная кинетическая энергия объектов является минимальной. Она находится из условия [10]

$$\frac{d(E_{312})}{dv_1} = m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v = 0. \quad (1)$$

Исходя из этого условия скорости объектов в абсолютной системе координат определяются следующим образом

$$v_1 = \frac{m_2}{m_2 + m_1} v, \quad (2)$$

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2 + m_1} v. \quad (3)$$

**Гипотетическое отталкивание двух объектов в  $\mathbb{R}^1$ .** Пусть имеется два неподвижных объекта. В системе координат, связанной с их центром масс, их суммарный импульс равен нулю. Следовательно, он будет равен нулю и после отталкивания объектов друг от друга, т.к. система замкнутая. Поэтому

$$m_1 v_1 = -m_2 v_2 = -m_2 (v_1 - v).$$

Эта формула совпадает с (1).

Следовательно, абсолютная система координат совпадает с центром масс объектов и с эпицентром их гипотетического отталкивания из состояния (также гипотетического) взаимной неподвижности.

После гипотетического отталкивания скорости объектов относительно центра масс (в абсолютной системе координат) приобретают значения (2) и (3).

**Движение трех неускоренных объектов в  $\mathbb{R}^1$ .** Пусть относительные скорости трех неускоренных объектов, имеющих массы  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ , равны  $v_{12}$ ,  $v_{13}$  и  $v_{23}$ . Очевидно, что

$$v_{23} = v_{13} - v_{12}.$$

В системе координат, не связанной ни с одним из трех объектов, скорость первого объекта равна  $v_1$ , скорость второго  $-v_2 = v_1 - v_{12}$ , скорость третьего  $-v_3 = v_1 - v_{13}$ .

В указанной системе координат совокупная кинетическая энергия объектов определяется как

$$E_{4123} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1 - v_{12})^2}{2} + \frac{m_3 (v_1 - v_{13})^2}{2}.$$

Экстремум функции  $E_{4123}(v_1)$  находится из условия

$$\frac{d(E_{4123})}{dv_1} = m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v_{12} + m_3 v_1 - m_3 v_{13} = 0. \quad (4)$$

Исходя из этого условия скорости объектов в абсолютной системе координат определяются следующим образом:

$$v_1 = \frac{m_2 v_{12} + m_3 v_{13}}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad (5)$$

$$v_2 = \frac{m_3 v_{13} - m_1 v_{12} - m_3 v_{12}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_3 v_{23} - m_1 v_{12}}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad (6)$$

$$v_3 = \frac{m_2 v_{12} - m_1 v_{13} - m_2 v_{13}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{-m_1 v_{13} - m_2 v_{23}}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (7)$$

**Гипотетическое отталкивание трех объектов в  $\mathbb{R}^1$ .** Пусть имеется три неподвижных объекта. В системе координат, связанной с их центром масс, их суммарный импульс равен нулю. Следовательно, он будет равен нулю и после отталкивания объектов друг от друга, т.к. система замкнутая.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 = m_1 v_1 + m_2 (v_1 - v_{12}) + m_3 (v_1 - v_{13}) = 0.$$

Эта формула совпадает с (4).

Следовательно, абсолютная система координат в  $\mathbb{R}^1$  совпадает с центром масс трех объектов и с эпицентром их гипотетического отталкивания из состояния (также гипотетического) взаимной неподвижности.

После гипотетического отталкивания скорости объектов относительно центра масс (в абсолютной системе координат) приобретают значения (5)–(7).

**Движение трех неускоренных объектов в  $\mathbb{R}^3$ .** Пусть относительные скорости трех неускоренных объектов, имеющих массы  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ , равны  $\mathbf{v}_{12}$ ,  $\mathbf{v}_{13}$  и  $\mathbf{v}_{23}$ . Очевидно, что

$$\mathbf{v}_{23} = \mathbf{v}_{13} - \mathbf{v}_{12}.$$

В системе координат, не связанной ни с одним из трех объектов, скорость первого объ-

екта равна  $\mathbf{v}_1$ , скорость второго –  $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}$ , скорость третьего –  $\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}$ .

В указанной системе координат совокупная кинетическая энергия объектов определяется как

$$\begin{aligned} E_{4123} &= \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12})^2}{2} + \frac{m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13})^2}{2} = \\ &= \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 (\mathbf{v}_1^2 - 2\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_{12} \cos \varphi_{112} + \mathbf{v}_{12}^2)}{2} + \\ &+ \frac{m_3 (\mathbf{v}_1^2 - 2\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_{13} \cos \varphi_{113} + \mathbf{v}_{13}^2)}{2}, \end{aligned}$$

где  $\varphi_{ij}$  – угол между  $\mathbf{v}_i$  и  $\mathbf{v}_{ij}$ .

Экстремум функции  $E_{4123}(\mathbf{v}_1)$  находится из условия

$$\begin{aligned} \frac{d(E_{4123})}{d\mathbf{v}_1} &= m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_1 - m_2 \mathbf{v}_{12} \cos \varphi_{112} + \\ &+ m_3 \mathbf{v}_1 - m_3 \mathbf{v}_{13} \cos \varphi_{113} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

**Гипотетическое отталкивание трех объектов в  $\mathbb{R}^3$ .** Пусть имеется три неподвижных объекта. В системе координат, связанной с их центром масс, их суммарный импульс равен нулю. Следовательно, он будет равен нулю и после отталкивания объектов друг от друга, т.к. система замкнутая.

$$\begin{aligned} m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + m_3 \mathbf{v}_3 &= m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}) + \\ &+ m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}) = 0, \end{aligned}$$

$$m_1 \mathbf{v}_1 \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}) \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}) \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} = 0.$$

Эта формула совпадает с (8).

Следовательно, абсолютная система координат в  $\mathbb{R}^3$  совпадает с центром масс трех объектов и с эпицентром их гипотетического отталкивания из состояния (также гипотетического) взаимной неподвижности.

После гипотетического отталкивания скорости объектов относительно центра масс (в абсолютной системе координат) приобретают следующие значения.

$$\mathbf{v}_1 = \frac{m_2 \mathbf{v}_{12} + m_3 \mathbf{v}_{13}}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$\mathbf{v}_2 = \frac{m_3 \mathbf{v}_{23} - m_1 \mathbf{v}_{12}}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$\mathbf{v}_3 = \frac{-m_1 \mathbf{v}_{13} - m_2 \mathbf{v}_{23}}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

**Движение произвольного числа неускоренных объектов в  $\mathbb{R}^3$ .** Пусть относительные скорости  $n$  неускоренных объектов, имеющих массы  $m_1, \dots, m_i, \dots, m_n$ , равны  $\mathbf{v}_{12}, \dots, \mathbf{v}_{ij}, \dots, \mathbf{v}_{(n-1)n}$ . Очевидно, что

$$\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_{1j} - \mathbf{v}_{1i}.$$

В системе координат, не связанной ни с одним из  $n$  объектов, скорость первого объекта равна  $\mathbf{v}_1$ , скорость  $i$ -го –  $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}$ , скорость  $n$ -го –  $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1n}$ .

В указанной системе координат совокупная кинетическая энергия объектов определяется как

$$\begin{aligned} E_{(n+1)1+n} &= \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \sum_{i=2}^n \frac{m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i})^2}{2} = \\ &= \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \sum_{i=2}^n \frac{m_i (\mathbf{v}_1^2 - 2\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_{1i} \cos \varphi_{11i} + \mathbf{v}_{1i}^2)}{2}. \end{aligned}$$

Экстремум функции  $E_{(n+1)1+n}(\mathbf{v}_1)$  находится из условия

$$\frac{d(E_{(n+1)1+n})}{d\mathbf{v}_1} = m_1 \mathbf{v}_1 + \sum_{i=2}^n (m_i \mathbf{v}_1 - m_i \mathbf{v}_{1i} \cos \varphi_{11i}) = 0. \quad (9)$$

**Гипотетическое отталкивание произвольного числа объектов в  $\mathbb{R}^3$**

Пусть имеется  $n$  неподвижных объектов. В системе координат, связанной с их центром масс, их суммарный импульс равен нулю. Следовательно, он будет равен нулю и после отталкивания объектов друг от друга, т.к. система замкнутая.

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = m_1 \mathbf{v}_1 + \sum_{i=2}^n m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}) = 0.$$

$$m_1 \mathbf{v}_1 \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + \sum_{i=2}^n m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}) \cdot \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} = 0.$$

Эта формула совпадает с (9).

Следовательно, абсолютная система координат в  $\mathbb{R}^3$  совпадает с центром масс  $n$  объектов и с эпицентром их гипотетического отталкивания из состояния (также гипотетического) взаимной неподвижности.

После гипотетического отталкивания скорости объектов относительно центра масс (в абсолютной системе координат) приобретают следующие значения.

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\sum_{i=2}^n m_i \mathbf{v}_{1i}}{\sum_{i=1}^n m_i}.$$

**Заключение.** Наряду с самыми разнообразными системами отсчета при взаимном движении неускоренных объектов [9, 10], в том числе, связанными с этими объектами (эти системы отсчета можно считать относительными), существует одна абсолютная система отсчета, связанная с центром масс рассматриваемых объектов, характеризующаяся минимальным значением совокупной кинетической энергии объектов.

Рассмотренные отталкивания объектов являются расчетными и к действительности могут не иметь никакого отношения.

Количество объектов при определении абсолютной системы координат ничем не ограничено. Это могут быть и два объекта, и звездная система.

### Литература

1. Старинова О.Л., Сергаева Е.А., Шорников А.Ю. Проектно-баллистический анализ миссии длительного исследования астероида Апофис наноспутником с электроракетной двигательной установкой // *Космические аппараты и технологии*. 2020. Т. 4. № 3. С. 161–170. DOI: 10.26732/j.st.2020.3.04
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 1. Механика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 224 с.
3. Журавлев В.Ф. О некорректных задачах механики // *Изв. РАН. МТТ*. 2016. № 5. С. 36–41.
4. Ахметьянов Р.Ф., Шиховцева Е.С. Представление парного потенциала взаимодействия в виде многомерных рациональных рядов в переменных Якоби для задач многих тел // *Известия Уфимского научного центра РАН*. 2021. № 4. С. 9–15. DOI: 10.31040/2222-8349-2021-0-4-9-15
5. Nafikov R.Z. From general relativity theory to quantum physics, black holes and wormholes // *Известия Уфимского научного центра РАН*. 2021. № 2. С. 60–63. DOI: 10.31040/2222-8349-2021-0-2-60-63
6. Onoe S., Ralph T.C. Universal transformation of displacement operators and its application to homodyne tomography in differing relativistic reference frames // *Physical Review D*. 2019. V. 99. № 11. P. 116001. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.116001
7. Бровко Г.Л. Об инерциальных системах отсчета для подсистем деформируемых тел // *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. 2019. № 6. С. 44–50.
8. Павлов В.П. О первом законе Ньютона, существовании отвечающей покою системы отсчета и группе Галилея // *Теоретическая и математическая физика*. 2021. Т. 209. № 2. С. 389–394. DOI: 10.4213/tmf10061

9. Ben-Benjamin J.S., Scully M.O., Unruh W.G. Transforming quantum states between reference frames Ben-Benjamin // *Physica Scripta*. 2020. V. 95. № 7. P. 074015. DOI: 10.1088/1402-4896/ab8c16

10. Nordström T., G. Stenberg, Nilsson H., Barabash S., Zhang, T.L Venus ion outflow estimates at solar minimum: influence of reference frames and disturbed solar wind conditions // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2013. V. 118. № 6. P. 3592–3601. DOI: 10.1002/jgra.50305

### References

1. Starinova O.L., Sergaeva E.A., Shornikov A.Yu. Design and ballistic analysis of the mission of long-term study of the asteroid Apophis by a nanosatellite with an electric rocket propulsion system // *Kosmicheskiye apparaty i tekhnologii*, 2020, vol. 4, no. 3, pp. 161–170. DOI: 10.26732/j.st.2020.3.04
2. Landau L.D., Lifshits E.M. Theoretical physics. vol. 1. Mechanics. Moscow: FIZMATLIT, 2004. 224 p.
3. Zhuravlev V.F. On ill-posed problems of mechanics // *Mechanics of Solids*, 2016, no. 5, pp. 36–41.
4. Akhmetyanov R.F., Shikhovtseva E.S. Representation of the pair interaction potential in the form of multidimensional rational series in Jacobi variables for many-body problems // *Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN*, 2021, no. 4, pp. 9–15. DOI: 10.31040/2222-8349-2021-0-4-9-15
5. Nafikov R.Z. From general relativity theory to quantum physics, black holes and wormholes // *Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN*, 2021, no. 2, pp. 60–63. DOI: 10.31040/2222-8349-2021-0-2-60-63
6. Onoe S., Ralph T.C. Universal transformation of displacement operators and its application to homodyne tomography in differing relativistic reference frames // *Physical Review D*, 2019, vol. 99, no. 11, pp. 116001. DOI: 10.1103/PhysRevD.99.116001
7. Brovko G.L. On inertial reference systems for subsystems of deformable bodies // *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika*, 2019, no. 6, pp. 44–50.
8. Pavlov V.P. On Newton's first law, the existence of a frame of reference corresponding to rest and the Galilean group // *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika*, 2021, vol. 209, no. 2, pp. 389–394. DOI: 10.4213/tmf10061
9. Ben-Benjamin J.S., Scully M.O., Unruh W.G. Transforming quantum states between reference frames Ben-Benjamin // *Physica Scripta*. 2020. vol. 95, no. 7. P. 074015. DOI: 10.1088/1402-4896/ab8c16
10. Nordström T., G. Stenberg, Nilsson H., Barabash S., Zhang, T.L Venus ion outflow estimates at solar minimum: influence of reference frames and disturbed solar wind conditions // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2013, vol. 118, no. 6, pp. 3592–3601. DOI: 10.1002/jgra.50305



## INERTIAL ABSOLUTE AND RELATIVE REFERENCE SYSTEMS

© **V.D. Pavlov**

CJSC Vladimir Electromechanical Plant,  
127, ulitsa Noyabrskaya, 600901, Vladimir, Russian Federation

It is noted that the problem of choosing a frame of reference for the relative motion of inertial objects of comparable mass is especially relevant for interplanetary flights at a considerable distance from the planets. There is a point of view that all inertial frames of reference are equal and the choice between them is determined solely by the convenience of calculations. The aim of the work is to determine the absolute inertial frame of reference for the relative unaccelerated motion of an arbitrary number of inert objects in three-dimensional Euclidean space and to establish its difference from relative frames of reference. For the same inert objects moving relative to each other, different coordinate systems give completely different total kinetic energies of objects. In this sense, it is not possible to recognize them as equal in rights. Obviously, none of these coordinate systems can be considered as absolute. An absolute coordinate system should be considered such a system, the choice of which completely excludes arbitrariness. This requirement is satisfied by a system in which the total kinetic energy of inert objects is minimal. The absolute coordinate system coincides with the center of mass of inert objects and with the epicenter of their hypothetical repulsion from the state (also hypothetical) of mutual immobility. After a hypothetical repulsion, the velocities of inert objects relative to the center of mass acquire the same values as in the absolute coordinate system. Along with a wide variety of reference systems in the mutual motion of unaccelerated inertial objects, including those associated with these objects (these reference systems can be considered relative), there is one absolute reference system associated with the center of mass of the considered inertial objects. The considered repulsions of inert objects are calculated and may have nothing to do with reality. The number of inert objects in determining the absolute coordinate system is not limited by anything. It can be either two objects or a star system.

Keywords: coordinates, object, mass, speed, extremum, momentum, center of mass, repulsion.