ФИЗИКА

УДК 531.011
DOI: 10.31040/2222-8349-2022-0-3-12-15

ПОЛУЧЕНИЕ МАКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН С ПОМОЩЬЮ КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

© И.П. Попов

Волновая функция Ψ удовлетворяет уравнению Шредингера для свободной частицы. Формально уравнение Шредингера порождает величину механического движения нулевого порядка ${}^0p = mv^0$ (в том смысле, что она в уравнении Шредингера содержится). Из сопоставления волновой функции Ψ и ее градиента вытекает формальный аналог уравнении Шредингера, который порождает величину механического движения первого порядка ${}^1p = mv^1$. Из сопоставления волновой функции и ее производной по времени вытекает формальный аналог уравнения Шредингера, который порождает величину механического движения второго порядка ${}^2p = mv^2/2!$. Величины механического движения нулевого, первого и второго порядков известны. Очевидно, что другие формальные аналоги уравнения Шредингера могут порождать величины механического движения других порядков. Целью работы является установление таких величин и связанных с ними закономерностей, которые могут представлять интерес, что обусловливает актуальность исследования. При рассмотрении система координат выбирается таким образом, чтобы одна из осей совпадала с направлением движения. Тогда пространственные производные будут одномерными. Величина механического движения третьего порядка – ${}^3p = mv^3/3!$. Эта величина – интегральный вектор Умова для кинетической энергии. Величина механического движения минус первого порядка ${}^{-1}p = mv^{-1}$ – обратный импульс. Смысл этой величины и ее актуальность устанавливает теорема: в водородоподобном атоме величина $m_e v^{-1}$ квантуется. Фиксированным (неизменным) квантом является величина $m_e v_0^{-1}$, соответствующая основному энергетическому уровню. Почти все полученные результаты явились следствием использования квантово-механических дифференциальных уравнений, однако сами по себе результаты являются преимущественно макромеханическими. Величины механического движения различных порядков порождаются формальными аналогами уравнения Шредингера. Во всех формальных аналогах уравнения Шредингера порядки частных производных отличаются на единицу. Для величин движения с положительной степенью скорости порядок временных производных выше, чем пространственных. Для величин с отрицательной степенью – выше порядок пространственных производных.

Ключевые слова: интегральный вектор Умова, обратный импульс, движение, величина, порядок.

Введение. Волновая функция

$$\Psi = Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - m\mathbf{vr})}$$

удовлетворяет уравнению Шредингера (УШ) для свободной частицы [1–3]

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi,\ \Delta\Psi = -\frac{2i}{\hbar}\left(\frac{mv^0}{0!}\right)\frac{\partial\Psi}{\partial t}.$$

Формально УШ порождает величину механического движения нулевого порядка (в том смысле, что она в УШ содержится) [4]

$$^0p = \frac{mv^0}{0!}. \tag{1}$$

Примечательно, что квантово-механическая конструкция порождает макромеханическую величину. В дальнейшем используется преимущественно этот же принцип.

Аналоги УШ и порождаемые ими величины движения. Градиент волновой функции равен

$$\nabla\Psi = \frac{i}{\hbar}m\mathbf{v}Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - m\mathbf{vr})}.$$

Обе части волновой функции можно умножить на одну и ту же величину

$$\Psi = Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - m\mathbf{vr})}\Bigg|\times\frac{i}{\hbar}m\mathbf{v}.$$

Из сопоставления этих двух уравнений вытекает следующий формальный аналог УШ (ФАУШ) – $\nabla\Psi = \frac{i}{\hbar}m\mathbf{v}\Psi$, $\nabla\Psi = \frac{i}{\hbar}\left(\frac{m\mathbf{v}^1}{1!}\right)\Psi$,

который порождает величину механического движения первого порядка

ПОПОВ Игорь Павлович, Курганский государственный университет, e-mail: ip.popow@yandex.ru

$$ {}^1\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{1!}, \quad {}^1p = \frac{mv^1}{1!}. \qquad (2) $$

Производная волновой функции равна

$$ \frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}\frac{mv^2}{2}Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - m\mathbf{vr})}. $$

$$ \Psi = Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - m\mathbf{vr})}\Bigg| \times -\frac{i}{\hbar}\frac{mv^2}{2}. $$

Из сопоставления этих двух уравнений вытекает следующий ФАУШ –

$$ \frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}\frac{mv^2}{2}\Psi, \quad \frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}\left(\frac{mv^2}{2!}\right)\Psi, $$

который порождает величину механического движения второго порядка

$$ {}^2p = \frac{mv^2}{2!}. \qquad (3) $$

Величины механического движения (1), (2), (3) известны. Очевидно, что другие ФАУШ могут порождать величины механического движения других порядков.

Целью работы является установление таких величин и связанных с ними закономерностей, которые могут представлять интерес, что обусловливает *актуальность* исследования.

Интегральный вектор Умова для кинетической энергии. Далее система координат выбирается таким образом, чтобы одна из осей совпадала с направлением движения. Тогда пространственные производные будут одномерными.

$$ \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = -\frac{1}{\hbar^2}\frac{m^2v^4}{4}Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - m\mathbf{vr})}\Bigg| \times i\hbar, \qquad (4) $$

$$ \frac{\partial\Psi}{\partial r} = \frac{i}{\hbar}m\mathbf{v}Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - m\mathbf{vr})}\Bigg| \times \left(-\frac{mv^2\mathbf{v}}{4}\right). $$

ФАУШ –

$$ 4i\hbar\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = -mv^2\mathbf{v}\frac{\partial\Psi}{\partial r}, $$

$$ 4i\hbar\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = -3!\left(\frac{mv^2\mathbf{v}}{3!}\right)\frac{\partial\Psi}{\partial r}. $$

Он порождает величину механического движения третьего порядка

$$ {}^3\mathbf{p} = \frac{mv^2\mathbf{v}}{3!}, \quad {}^3p = \frac{mv^3}{3!}. \qquad (5) $$

Коэффициент $1/3!$ выбран для сохранения преемственности выражений (1), (2), (3).

Для установления смысла величины (5) можно обратиться к дифференциальному вектору Умова

$$ d\mathbf{U} = wd\mathbf{v}. $$

здесь w – плотность энергии.

Для кинетической энергии

$$ d\mathbf{U} = \frac{mv^2}{2V}d\mathbf{v}, \quad \mathbf{U}V = \frac{mv^2}{3!}\mathbf{v}, $$

где V – объем.

Таким образом, величина (5) – это интегральный вектор Умова для кинетической энергии.

Обратный импульс. Сравнение выражения

$$ \frac{\partial^3\Psi}{\partial r^3} = -\frac{i}{\hbar^3}m^3v^2\mathbf{v}Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - m\mathbf{vr})} $$

с формулой (4) приводит к следующему ФАУШ –

$$ \frac{\partial^3\Psi}{\partial r^3} = 4\frac{i}{\hbar}\frac{m}{v}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}, $$

который порождает величину механического движения минус первого порядка (обратный импульс) ${}^{-1}\mathbf{p} = 0!\frac{m\mathbf{v}}{v^2}$, ${}^{-1}p = 0!\frac{m}{v}$.

Смысл этой величины и ее актуальность устанавливает

Теорема. В водородоподобном атоме величина $m_e v^{-1}$ квантуется. Фиксированным (неизменным) квантом является величина $m_e v_0^{-1}$, соответствующая основному энергетическому уровню.

Доказательство. В водородоподобном атоме полная, потенциальная и кинетическая энергии электрона связаны следующим образом:

$$ U_n = 2E_n, \quad E_{Kn} = -E_n. \qquad (6) $$

При этом $E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}$ [5].

Для основного энергетического уровня по аналогии с боровским радиусом a_0 скорость электрона можно обозначить v_0. Из (6) следует

$$ E_{K1} = \frac{m_e v_0^2}{2} = -E_1 = \frac{Z^2m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}, \quad \frac{m_e}{v_0} = \pm\frac{2h\varepsilon_0 m_e}{Ze^2}, $$

$$ E_{Kn} = \frac{m_e v_n^2}{2} = -E_n = \frac{1}{n^2}\frac{Z^2m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}, $$

$$\frac{m_e}{v_n} = \pm n \frac{2h\varepsilon_0 m_e}{Ze^2} = n \frac{m_e}{v_0}.$$

Теорема доказана.

Следствие $\dfrac{m_e}{v_{n+1}} = \dfrac{m_e}{v_n} + \dfrac{m_e}{v_0}$.

Порядки величин движения. *Определение.* Величина движения порядка n – это

$$^n p = k_n m v^n,\ k_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}, n \ge 0 \\ (-1)^{n+1}(n+1)!, n < 0 \end{cases}.$$

Величина движения любого порядка порождается соответствующим ФАУШ.

Нетрудно заметить, что

$$^{n-1} p = \frac{d}{dv}\, ^n p, n \ne 0.$$

Порядки величин движения и соответствующие им ФАУШ сведены в таблицу.

Заключение. Почти все полученные результаты явились следствием использования квантово-механических дифференциальных уравнений, однако сами по себе результаты являются преимущественно макромеханическими.

Величины механического движения различных порядков порождаются формальными аналогами уравнения Шредингера. К таким величинам относятся как известные (масса, импульс, кинетическая энергия), так и неизвестные (интегральный вектор Умова для кинетической энергии, обратный импульс и др.).

Во всех ФАУШ порядки частных производных отличаются на единицу. Для величин движения с положительной степенью скорости порядок временных производных выше, чем пространственных. Для величин с отрицательной степенью – выше порядок пространственных производных.

Интегральный вектор Умова характеризует движение энергии тела.

Обратный импульс квантуется в водородоподобном атоме.

Таблица

Порядки величин движения и соответствующие им ФАУШ

Величины движения	ФАУШ
$^n p = \dfrac{mv^n}{n!}$	$(-1)^n i\hbar \dfrac{\partial^{n-1}\Psi}{\partial t^{n-1}} = 2^{-n+1} m v^n \dfrac{\partial^{n-2}\Psi}{\partial x^{n-2}}$ при $n \ge 2$
$^3\mathbf{p} = \dfrac{mv^2\mathbf{v}}{3!}$, $^3 p = \dfrac{mv^3}{3!}$	$-i\hbar \dfrac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = \dfrac{mv^2\mathbf{v}}{2^2} \dfrac{\partial\Psi}{\partial r}$
$^2 p = \dfrac{mv^2}{2!}$	$i\hbar \dfrac{\partial\Psi}{\partial t} = \dfrac{mv^2}{2^1}\Psi$
$^1\mathbf{p} = \dfrac{m\mathbf{v}}{1!}$, $^1 p = \dfrac{mv^1}{1!}$	$-i\hbar \dfrac{\partial\Psi}{\partial r} = \dfrac{m\mathbf{v}}{2^0}\Psi$
$^0 p = \dfrac{mv^0}{0!}$	$i\hbar \dfrac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} = 2^1 m \dfrac{\partial\Psi}{\partial t}$
$^{-1}\mathbf{p} = 0!\dfrac{m\mathbf{v}}{v^2}$, $^{-1} p = 0! m v^{-1}$	$-i\hbar \dfrac{\partial^3\Psi}{\partial r^3} = \dfrac{2^2 m\mathbf{v}}{v^2} \dfrac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$
$^{-2} p = -1! m v^{-2}$	$i\hbar \dfrac{\partial^4\Psi}{\partial x^4} = 2^3 m v^{-2} \dfrac{\partial^3\psi}{\partial t^3}$
$^{-3}\mathbf{p} = 2!\dfrac{m\mathbf{v}}{v^4}$, $^{-3} p = 2! m v^{-3}$	$-i\hbar \dfrac{\partial^5\Psi}{\partial x^5} = \dfrac{2^4 m\mathbf{v}}{v^4} \dfrac{\partial^4\Psi}{\partial t^4}$
$^{-n} p = (-1)^{n-1}(n-1)! m v^{-n}$	$(-1)^n i\hbar \dfrac{\partial^{n+2}\Psi}{\partial x^{n+2}} = 2^{n+1} m v^{-n} \dfrac{\partial^{n+1}\Psi}{\partial t^{n+1}}$ при $n \ge -1$

Литература

1. Попов И.П. Противоречия копускулярно-волнового обобщения // Известия Уфимского научного центра РАН. 2016. № 1. С. 32–34.
2. Попов И.П. Групповая скорость волнового пакета, образованного двумя свободными идентичными частицами с разными нерелятивистскими скоростями // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 3(35). С. 69–72.
3. Попов И.П. Скорость распространения волновой функции // Известия Уфимского научного центра РАН. 2015. № 4. С. 42–43.
4. Шакирьянов М.М., Юлмухаметов А.А. Внешняя и внутренняя присоединенные массы трубопровода // Известия Уфимского научного центра РАН. 2020. № 3. С. 12–16. DOI: 10.31040/2222-8349-2020-0-3-12-16
5. Павлов В.Д. Магнитный поток и его квантование // Известия Уфимского научного центра РАН. 2020. № 4. С. 25–28. DOI 10.31040/2222-8349-2020-0-4-25-28

References

1. Popov I.P. Contradictions of copuscular-wave generalization. Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, 2016, no. 1, pp. 32–34.
2. Popov I.P. Group velocity of a wave packet formed by two free identical particles with different nonrelativistic velocities. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika 2015, no. 3(35), pp. 69–72.
3. Popov I.P. Wave function propagation speed. Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, 2015, no. 4, pp. 42–43.
4. Shakiryanov M.M., Yulmukhametov A.A. External and internal connected pipeline masses. Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, 2020, no. 3, pp. 12–16. DOI: 10.31040/2222-8349-2020-0-3-12-16
5. Pavlov V.D. Magnetic flux and its quantization. Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, 2020, no. 4, pp. 25–28. DOI 10.31040/2222-8349-2020-0-4-25-28

OBTAINING MACROMECHANICAL VALUES USING QUANTUM-MECHANICAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

© I.P. Popov

Kurgan State University,
63/4, ulitsa Sovetskaja, 640020, Kurgan, Russian Federation

The wave function Ψ satisfies the Schrödinger equation for a free particle. Formally, the Schrödinger equation generates the magnitude of mechanical motion of the zero order ${}^0p = mv^0$ (in the sense that it is contained in the Schrödinger equation. Comparison of the wave function Ψ and its gradient implies a formal analogue of the Schrödinger equation, which generates the magnitude of mechanical motion of the first order ${}^1p = mv^1$. From the comparison of the wave function and its time derivative yields a formal analogue of the Schrödinger equation, which generates the magnitude of mechanical motion of the second order ${}^2p = mv^2/2!$. The values of mechanical motion of the zero, first, and second orders are known.Obviously, other formal analogs of the Schrödinger equation can generate mechanical motion of other orders.The aim of the work is to establish such quantities and related regularities that may be of interest, which makes the study relevant. hovering. Then the spatial derivatives will be one-dimensional. The magnitude of the mechanical movement of the third order is ${}^3p = mv^3/3!$. This value is Umov's integral vector for kinetic energy. The magnitude of the mechanical movement minus the first order ${}^{-1}p = mv^{-1}$ is a reverse impulse. The meaning of this quantity and its relevance is established by the theorem: in a hydrogen-like atom, the quantity $m_e v^{-1}$ is quantized. A fixed (unchanged) quantum is a quantity $m_e v_0^{-1}$ corresponding to the basic energy level. Almost all of the results obtained were a consequence of the use of quantum mechanical differential equations, however, the results themselves are predominantly macromechanical. The quantities of mechanical motion of various orders are generated by formal analogs of the Schrödinger equation. In all formal analogs of the Schrödinger equation, the orders of the partial derivatives differ by one. For quantities of motion with a positive degree of velocity, the order of the temporal derivatives is higher than that of the spatial ones. For quantities with a negative degree, the order of spatial derivatives is higher.

Key words: integral vector of Umov, backward impulse, motion, magnitude, order.