

УДК 534.2.532

DOI: 10.31040/2222-8349-2020-0-2-5-13

**КОЛЛАПС КАВИТАЦИОННОГО ПУЗЫРЬКА В ТЕТРАДЕКАНЕ  
ПРИ ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ**

© Р.И. Нигматулин, А.А. Аганин, Д.Ю. Топорков

Рассматривается коллапс кавитационного пузырька в тетрадекане с температурой 663 К. Давление жидкости варьируется в широком диапазоне 13–100 бар. Показано, что по мере увеличения давления жидкости последовательно реализуются три сценария сжатия содержимого пузырька. В первом сценарии сжатие близко к однородному, во втором – с радиальным схождением изэнтропических волн, в третьем – с радиальным схождением ударных волн. Установлено, что рост амплитуды малых возмущений сферичности пузырька при коллапсе в виде одиночных сферических гармоник при сжатии содержимого пузырька, близком к однородному, оказывается заметно более сильным, чем при ударно-волновом сжатии. В частности, если при давлении жидкости 14 бар этот рост превышает 30 раз, то при 30–100 бар он составляет менее 10 раз. Приводится сопоставление максимальных уровней термодинамических параметров в кавитационном пузырьке в тетрадекане при коллапсе в рассматриваемых условиях с теми, что достигаются при коллапсе кавитационного пузырька в ацетоне с температурой 273 К и давлением 0.17–30 бар.

Ключевые слова: коллапс пузырька, сходящиеся ударные волны, искажение сферической формы.

**Введение.** Интерес к интенсивным радиальным колебаниям парогазовых пузырьков в жидкости во многом связан с тем, что в финале их высокоскоростного коллапса содержимое пузырьков может испытывать сильное сжатие с достижением высоких давлений, плотностей и температур. При этом сжатие может реализовываться по трем характерным сценариям. Согласно первому из них, сжатие содержимого пузырьков близко к гомобарическому. Такой сценарий наблюдается, например, при объемных колебаниях пузырька при акустическом возбуждении небольшой интенсивности [1]. Во втором сценарии на стадии коллапса пузырька возникают радиально сходящиеся к его центру изэнтропические волны сжатия, в результате фокусировки которых и реализуется сильное сжатие содержимого пузырька (например, [2]). В третьем сценарии сжатие содержимого пузырька оказывается, как правило, наиболее сильным, поскольку осуществляется за счет радиального схождения возникающих в пузырьке ударных волн. В момент их фокусировки в центральной области пузырька темпе-

ратуры могут достигать значений порядка  $10^7$  К и плотности порядка  $1 \text{ г/см}^3$  [3–5]. Вариация давления жидкости обычно позволяет наблюдать смену сценариев сжатия содержимого пузырьков при коллапсе [6–8]. При достаточно малом превышении давления жидкости над давлением в пузырьке, как правило, реализуется первый сценарий. С увеличением давления жидкости сначала реализуется второй сценарий, а затем и третий. При этом в сценарии с образованием сходящейся ударной волны степень сильного сжатия содержимого пузырька может существенно понизиться из-за несферических возмущений поверхности пузырька и, как следствие, формы ударной волны.

В настоящей работе рассматривается коллапс кавитационного пузырька в тетрадекане с высокой температурой при давлении, варьируемом в диапазоне от 13 до 100 бар. Иллюстрируются описанные выше сценарии сжатия содержимого пузырька, реализующиеся по мере увеличения давления тетрадекана. Изучается влияние давления тетрадекана на рост амплитуды малых возмущений сферичности кавитаци-

НИГМАТУЛИН Роберт Искандрович – академик, Институт механики и машиностроения ФИЦ «Казанский научный центр РАН», e-mail: nigmar@ocean.ru

АГАНИН Александр Алексеевич – д.ф.-м.н., Институт механики и машиностроения ФИЦ «Казанский научный центр РАН», e-mail: aganin@kfti.knc.ru

ТОПОРКОВ Дмитрий Юрьевич – к.ф.-м.н., Институт механики и машиностроения ФИЦ «Казанский научный центр РАН», e-mail: top.dmr@gmail.com

онного пузырька при коллапсе. Проводится сопоставление максимальных уровней термодинамических параметров, достигаемых в конце коллапса сферических пузырьков в тетрадекане в указанных условиях и в ацетоне в условиях, близких к известным экспериментам по нейтронной эмиссии при акустической кавитации дейтерированного ацетона [4]. Отметим, что рассмотрение особенностей коллапса сферических пузырьков в горячем тетрадекане и холодном ацетоне начато в работе [9].

**1. Постановка задачи.** Рассматриваются сильное сжатие содержимого сферического кавитационного пузырька и рост малых возмущений его сферической формы при коллапсе в горячем тетрадекане с температурой  $T_0 = 663$  К при варьировании давления жидкости  $p_0$  в диапазоне  $13 \leq p_0 \leq 100$  бар. Коллапс пузырька обусловлен разностью давлений в пузырьке и окружающей жидкости. Начальный радиус пузырька  $R$  равен 500 мкм, пар в его полости и окружающая жидкость в начале коллапса покоятся. Давление пара равно давлению насыщения 10.3 бар при температуре жидкости  $T_0$ . Несферичность пузырька в ходе коллапса считается малой. Максимальные уровни термодинамических параметров, достигаемые в пузырьке в горячем тетрадекане, сопоставляются с теми, что получаются при коллапсе пузырька в холодном ацетоне с температурой  $T_0 = 273$  К и давлении  $p_0$  из диапазона  $0.17 \leq p_0 \leq 30$  бар [9].

**2. Математическая модель.** При рассмотрении коллапса сферического пузырька движение жидкости и пара описывается уравнениями газовой динамики. Принимаются во внимание нестационарная теплопроводность обеих фаз, неравновесность тепломассообмена на границе пузырька. В рассматриваемых условиях влияние вязкости жидкости и поверхностного натяжения на изменение радиуса пузырька незначительно. С учетом этого уравнения для описания динамики пара и жидкости приняты следующими [4, 10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho r^2) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho w r^2) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho w r^2) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho w^2 r^2 + p r^2) &= 2pr, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho e r^2) + \frac{\partial}{\partial r}[w r^2(\rho e + p)] &= \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r}\right). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $t$  – время,  $r$  – радиальная координата, отсчитываемая от центра пузырька скорость,

$\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $w$  – радиальная скорость,  $e = U + w^2/2$  – удельная полная энергия,  $U$  – удельная внутренняя энергия,  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности.

Граничные условия вдали от пузырька ( $r \rightarrow \infty$ ) и на его поверхности ( $r = R$ ) имеют вид [4, 10]:

$$\begin{aligned} r \rightarrow \infty: \quad p &= p_0, \quad T = T_0; \\ r = R(t): \quad \dot{R} &= w_l + \frac{j}{\rho_l} = w_g + \frac{j}{\rho_g}, \quad p_l = p_g, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\kappa_l \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_l - \kappa_g \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_g = j l(p_g), \quad T_l = T_g,$$

где  $l(p_g)$  – теплота парообразования, соответствующая давлению пара  $p_g$ ,  $j$  – скорость испарения ( $j > 0$ ) и конденсации ( $j < 0$ ), отнесенная к единице поверхности, точка сверху означает дифференцирование по времени, так что  $\dot{R} = dR/dt$ . Индексы  $l$  и  $g$  указывают на отношение физического параметра к жидкости и пару соответственно. Величина  $j$  находится по формуле Герца–Кнудсена–Ленгмюра [10]

$$\begin{aligned} j &= \frac{\alpha'}{\sqrt{2\pi R_g}} \left( \frac{p_S(T)}{\sqrt{T}} - \frac{\chi p_g}{\sqrt{T}} \right), \\ \chi &= e^{-\Omega^2} - \Omega \sqrt{\pi} \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\Omega} e^{-x^2} dx \right), \quad \Omega = \frac{j \sqrt{R_g T}}{\sqrt{2} p_g}. \end{aligned}$$

Здесь  $\alpha'$  – коэффициент аккомодации,  $R_g$  – газовая постоянная для пара,  $p_S(T)$  – давление насыщенного пара при температуре  $T$ .

Уравнения состояния жидкости и пара представляются в виде суммы потенциальных  $p^{(p)}$ ,  $U^{(p)}$  и тепловых  $p^{(T)}$ ,  $U^{(T)}$  компонент давления  $p$  и внутренней энергии  $U$  и константы  $U^{(ch)}$  в выражении для  $U$

$$\begin{aligned} p(\rho, T) &= p^{(p)}(\rho) + p^{(T)}(\rho, T), \\ U(\rho, T) &= U^{(p)}(\rho) + U^{(T)}(T) + U^{(ch)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для определения потенциальных компонент применяется обобщенный потенциал Борна – Майера [11–13]

$$\begin{aligned} p^{(p)}(\rho) &= \rho^2 \frac{dU^{(p)}}{d\rho}, \\ U^{(p)}(\rho) &= \frac{A}{\eta \rho_{l0} b} \exp \left[ b \left( 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{l0}} \right)^{-\eta} \right) \right] - \\ & - \frac{K}{\xi \rho_{l0}} \left( \frac{\rho}{\rho_{l0}} \right)^{\xi} + U^{\circ}. \end{aligned} \quad (4)$$

Константа  $U$  находится из условия  $U^{(p)}(\rho^\circ) = 0$ , в котором  $\rho^\circ$  отвечает равенству  $p^{(p)}(\rho^\circ) = 0$ . Тепловые компоненты давления и внутренней энергии находятся из выражений

$$p^{(T)}(\rho, T) = \rho\Gamma(\rho)U^{(T)}(T), \quad U^{(T)}(T) = c_v T,$$

$$\Gamma(\rho) = \frac{R_g}{c_v M} \left( g_1 + (1 - g_1) \exp\left(-(\rho/\rho_1)^{\zeta_1}\right) + \right. \quad (5)$$

$$\left. + \sum_{k=2}^3 g_k \exp\left(-(\rho/\rho_k)^{\zeta_k}\right) \right).$$

Теплоемкости  $c_v$  жидкости и пара полагаются постоянными. Коэффициент аккомодации  $\alpha'$  принимается равным 1 и для ацетона, и для тетрадекана. Физические константы сред  $U^{(ch)}$ ,  $\rho_{j0}$ ,  $c_{vj}$ ,  $A$ ,  $b$ ,  $K$ ,  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $g_k$ ,  $\rho_k$ ,  $\zeta_k$ , в уравнениях (4) и (5) и зависимости параметров  $\kappa_l$ ,  $\kappa_g$ ,  $p_s$ ,  $l$  от температуры  $T$  выбираются на основе работ [12, 13].

Решение системы уравнений (1) – (3) находится численно по методике работы [14]. Ее работоспособность тщательно тестировалась, в том числе и сравнением с результатами, полученными по методике [15], что изложено в [16]. Диапазоны варьирования давления жидкости ( $0.17 \leq p_0 \leq 30$  бар для ацетона и  $13 \leq p_0 \leq 100$  бар для тетрадекана) определяются сходимостью численного решения по мере измельчения расчетной сетки. Вне этих диапазонов сходимость численного решения значительно усложняется.

При рассмотрении роста амплитуды малых возмущений сферической формы пузырька при коллапсе полагается, что в сферической системе координат  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  поверхность пузырька как в начале, так и в ходе коллапса описывается выражением

$$r = R(t) + a_{nm}(t) Y_{nm}(\varphi, \theta).$$

Здесь  $a_{nm}$  – амплитуда отклонения формы пузырька от сферической в виде сферической гармоники  $Y_{nm}$  степени  $n$  порядка  $m$ . Несферичность пузырька считается малой:  $|\varepsilon_{nm}| \ll 1$ , где  $\varepsilon_{nm} = a_{nm}/R$ . Изменение величины  $\varepsilon_{nm}$  от  $m$  не зависит, так что в дальнейшем индекс  $m$  опускается.

Изменение амплитуды отклонения  $a_n$  описывается уравнением [17]

$$(1 + q_n) \ddot{a}_n + \left[ 3 \frac{\dot{R}}{R} + 2(n+1)(n+2) \frac{v_l}{R^2} \right] \dot{a}_n +$$

$$+ \left[ \omega_n^2 + \frac{4v_l(n^2-1)\dot{R}}{R^3} - (n-1)(1-q_n) \frac{\ddot{R}}{R} \right] a_n = 0, \quad (6)$$

$$q_n = \frac{(n+1)\bar{\rho}_g}{n\rho_l^\Gamma}, \quad \omega_n^2 = \frac{\sigma(n^2-1)(n+2)}{\rho_l^\Gamma R^3}.$$

Здесь  $\bar{\rho}_g$  и  $\rho_l^\Gamma$  – средняя плотность пара в пузырьке и плотность жидкости,  $v_l = \mu/\rho_l^\Gamma$  – кинематическая вязкость. Временные зависимости входящих в (6) параметров  $R$ ,  $\dot{R}$ ,  $\ddot{R}$ ,  $\bar{\rho}_g$  и  $\rho_l^\Gamma$  определяются из решения системы (1) – (3). Уравнение (6) интегрируется высокоточным вариантом метода Рунге–Кутты с автоматическим выбором шага по времени [18] при начальных условиях ( $t = 0$ ):  $\varepsilon_n = \varepsilon_{n,0} \neq 0$ ,  $\dot{\varepsilon}_n = 0$ .

**3. Сценарии сжатия среды в коллапсирующем пузырьке в тетрадекане.** При коллапсе кавитационного пузырька в тетрадекане в принятых условиях по мере увеличения давления жидкости  $p_0$  в диапазоне  $13 \leq p_0 \leq 100$  бар последовательно реализуются все три указанные выше сценария сжатия содержимого пузырьков (близкое к однородному, с образованием радиально-сходящихся изэнтропических и ударных волн).

**3.1. Сценарий однородного сжатия среды в пузырьке.** Рисунок 1 иллюстрирует финальную стадию коллапса пузырька со сжатием его содержимого, близким к однородному (коллапс кавитационного пузырька в тетрадекане при  $p_0 = 13$  бар). Небольшая неоднородность в этом сценарии обусловлена наличием волн сжатия малой амплитуды, которые перемещаются в пузырьке от его поверхности к центру и обратно.

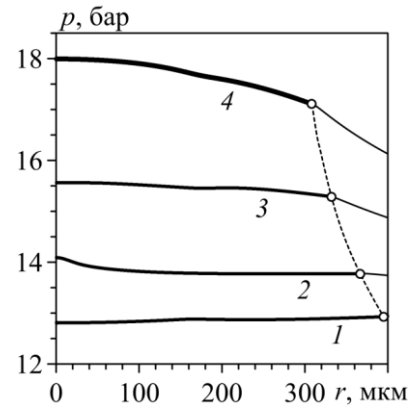


Рис. 1. Пространственные распределения давления в паре и окружающем его слое жидкости в конце коллапса кавитационного пузырька в тетрадекане в четыре последовательных момента времени (кривые 1 – 4) при давлении жидкости  $p_0 = 13$  бар. Кривая 4 соответствует максимальному сжатию среды в пузырьке. Штриховой кривой и кружочками показаны значения на поверхности пузырька

**3.2. Сценарий сжатия среды в пузырьке изэнтропическими волнами.** Рисунок 2 демонстрирует реализацию финальной стадии сжатия среды в пузырьке в результате схождения изэнтропической (неударной) волны сжатия (коллапс кавитационного пузырька в тетрадекане при  $p_0 = 15$  бар). Видно, что формирующаяся волна сжатия (кривые 1 – 2) фокусируется в центре пузырька (кривая 3), отражается от него и распространяется к поверхности пузырька (кривая 4). На фоне продолжающегося уменьшения радиуса пузырька наблюдается еще один небольшой всплеск термодинамических параметров в центре пузырька (кривая 5).

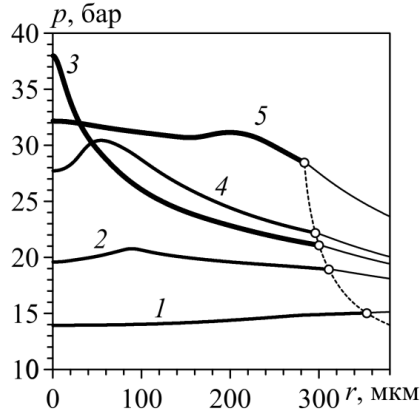


Рис. 2. Пространственные распределения давления в паре и окружающем его слое жидкости в конце коллапса кавитационного пузырька в тетрадекане в пять последовательных моментов времени (кривые 1 – 5) при давлении жидкости  $p_0 = 15$  бар. Кривые 3 и 5 соответствуют двум локальным по времени максимумам сжатия среды в центре пузырька. Штриховой кривой и кружочками показаны значения на поверхности пузырька

Фокусировка изэнтропических волн сжатия реализуется в области  $14 \leq p_0 \leq 18$  бар. Отметим, что в отличие от случая  $p_0 = 15$  бар, представленного на рис. 2, при  $p_0 = 14$  бар максимальные значения параметров достигаются не при первой фокусировке волны сжатия (из-за ее малой интенсивности), а при следующем за этим повышении параметров.

**3.3. Сценарий сжатия среды в пузырьке ударными волнами.** На рис. 3 показано изменение пространственного распределения давления в финальной стадии коллапса пузырька в тетрадекане при давлении  $p_0 = 70$  бар, при котором максимальное сжатие среды достигается при схождении ударной волны сжатия. Видно, что в полости пузырька

формируется радиально-сходящаяся ударная волна (кривая 2). Амплитуда этой волны по мере схождения сильно увеличивается (кривая 3), так что ее фокусировка (кривая 4) в центре пузырька приводит к сверхсильному росту термодинамических параметров в его малой окрестности. Этот момент соответствует экстремальному за коллапс сжатию пара в пузырьке. Распределения давления в момент достижения максимального значения в центре пузырька представлены вне малой центральной области с радиусом  $r = 0.25$  мкм.

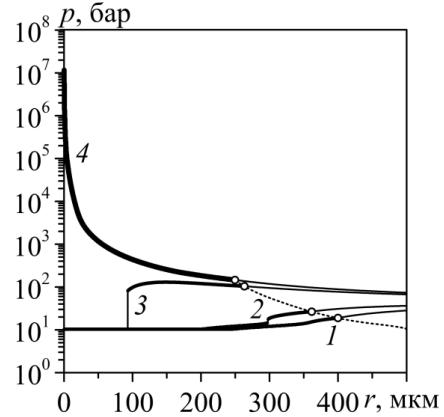


Рис. 3. Пространственные распределения давления в паре и окружающем его слое жидкости в конце коллапса кавитационного пузырька в тетрадекане в четыре последовательных момента времени (1 – 4) коллапса пузырька в тетрадекане при давлении  $p_0 = 70$ . Кривая 4 соответствует экстремальному сжатию среды в пузырьке. Штриховой кривой и кружочками показаны значения на поверхности пузырька

**4. Рост несферичности пузырька при коллапсе в тетрадекане.** На рис. 4а показаны временные зависимости радиуса пузырька в тетрадекане для ряда значений давления жидкости  $p_0$ . Рис. 4б иллюстрирует соответствующее изменение амплитуды искажения сферичности пузырька  $\varepsilon_n$  в виде отдельных сферических гармоник  $Y_n$ . Для примера приводится эволюция возмущения в виде гармоники с номером  $n = 222$ , для которого при  $R = R_{\text{extr}}$  ( $R_{\text{extr}}$  – радиус пузырька в момент экстремального сжатия пара) зависимости величины  $|\bar{\varepsilon}_n| = |\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$  от  $n$  (фрагмент такой зависимости для  $p_0 = 30$  показан кривой 5 на рис. 5) для  $p_0 = 14, 30, 70, 100$  бар имеют значения, близкие к локальным максимумам.

Как известно, на рост амплитуды возмущения сферической формы пузырька в ходе коллапса в основном влияют два фактора: неустой-

чивость Биркгоффа–Плессета, обусловленная уменьшением размеров пузырька [19], и неустойчивость Рэля–Тейлора, возникающая из-за торможения движения более плотной жидкости менее плотным паром [20]. На рис. 4а видно, что чем больше давление  $p_0$ , тем меньше величина  $R_{\text{extr}}$  (т.е. тем больше глубина коллапса). Поэтому чем больше  $p_0$ , тем сильнее проявление неустойчивости Биркгоффа–Плессета. В случае давления  $p_0 = 14$  бар (кривые 1) ударная волна в пузырьке не образуется, и экстремальные значения термодинамических параметров достигаются в финале довольно продолжительной стадии торможения коллапса. Как следствие, на этой стадии имеет место сильное влияние неустойчивости Рэля–Тейлора, в результате чего возникает довольно резкий всплеск амплитуды возмущения сферичности. В случаях же реализации сценария ударно-волнового сжатия пара (кривые 2 – 4 для  $p_0 = 30, 70, 100$  бар) плотность пара на фазе торможения пузырька до момента экстремального сжатия пара существенно выше. По этой причине влияние неустойчивости Рэля–Тейлора для этих  $p_0$  незначительно, и вследствие проявления неустойчивости Биркгоффа–Плессета рост несферичности оказывается тем больше, чем выше  $p_0$ . Наиболее сильный из всех рассмотренных значений  $p_0$  рост искажения сферичности имеет место при  $p_0 = 14$  бар, несмотря на более сильное влияние вязкости жидкости (из-за меньших значений  $\dot{R}$ ), которое, как видно на рис. 4b, приводит даже к небольшому

демпфированию колебаний возмущения сферичности в начале коллапса пузырька.

Рисунок 5 характеризует максимум роста несферичности пузырьков в тетрадекане при их коллапсе. Аналогично [17], рост несферичности пузырьков оценивается по огибающим  $|\bar{\varepsilon}_{n,\text{extr}}^*|$  зависимостей величины  $|\bar{\varepsilon}_{n,\text{extr}}| = |\varepsilon_{n,\text{extr}}/\varepsilon_{n,0}|$  от номера  $n$  при варьировании  $n$  в диапазоне  $n > 0$ , рассматривая при этом  $n$  как вещественное число, где  $\varepsilon_{n,\text{extr}}$  – величина  $\varepsilon_n$  в момент достижения экстремальных значений термодинамических параметров в пузырьке.

Согласно рис. 5, максимальный рост в ходе коллапса пузырька амплитуды наиболее легко возбудимых возмущений его сферичности с номером  $n = 2$  оказывается примерно одинаковым для всех значений  $p_0$ : чуть более 2.5 раза при  $p_0 = 14$  и 30 бар, около 2.9 раза при  $p_0 = 70$  бар и 3.1 раза при  $p_0 = 100$  бар. Небольшое различие объясняется разницей в глубине коллапса, поскольку для низкочастотных возмущений влияние неустойчивости Рэля–Тейлора мало, так что рост несферичности в основном обусловлен влиянием неустойчивости Биркгоффа–Плессета. С ростом  $n$  влияние неустойчивости Рэля–Тейлора повышается, и особенно сильно в случае  $p_0 = 14$  бар. Максимум роста амплитуды возмущений сферичности пузырька при коллапсе примерно равен 30 раз при  $p_0 = 14$  бар и 6.5, 8 и 8.2 раза при  $p_0 = 30, 70, 100$  бар соответственно.

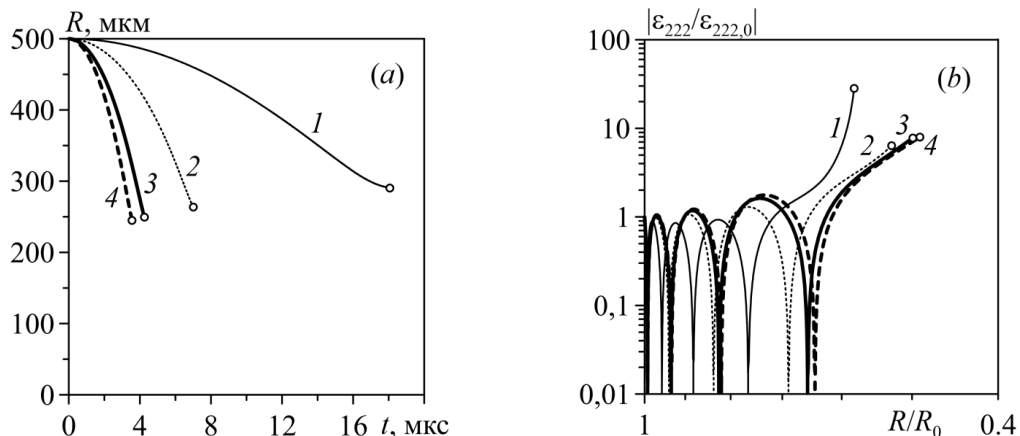


Рис. 4. Изменение радиуса пузырька  $R$  и эволюция относительной амплитуды возмущения сферичности пузырьков  $|\bar{\varepsilon}_n| = |\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ ,  $n = 222$ , при коллапсе в тетрадекане при давлении жидкости  $p_0 = 14$  (кривые 1), 30 (кривые 2), 70 (кривые 3), 100 (кривые 4) бар. Кружочками отмечены значения в моменты достижения максимальных значений термодинамических параметров в пузырьке

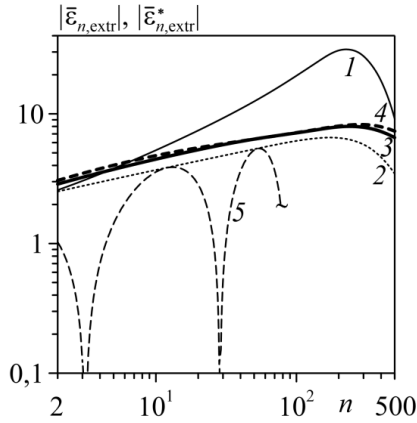


Рис. 5. Огибающие  $|\bar{\varepsilon}_{n,\text{extr}}^*|$  (кривые 1 – 4) зависимости величины  $|\bar{\varepsilon}_{n,\text{extr}}^*| = |\varepsilon_{n,\text{extr}}/\varepsilon_{n,0}|$  от номера  $n$  для пузырьков в тетрадекане при давлении жидкости  $p_0 = 14$  (кривая 1), 30 (кривая 2), 70 (кривая 3) и 100 (кривая 4) бар,  $\varepsilon_{n,\text{extr}}$  – значение  $\varepsilon_n$  в момент достижения экстремумов термодинамических параметров в пузырьке. Кривая 5 – фрагмент зависимости  $|\bar{\varepsilon}_{n,\text{extr}}^*|$  от  $n$  при  $p_0 = 30$

**5. Сопоставление особенностей коллапса пузырьков в тетрадекане и ацетоне.** В настоящем разделе проводится сопоставление коллапса сферических кавитационных пузырьков в тетрадекане в принятых условиях и в холодном ацетоне (температура 273 К) в условиях, близких к известным экспериментам по нейтронной эмиссии при акустической кавитации дейтерированного ацетона [4]. Давление в ацетоне варьируется в диапазоне  $0.17 \leq p_0 \leq 30$  бар. При этом нижнее значение  $p_0$  лишь немного превышает давление насыщенного пара, равное 0.094 бар.

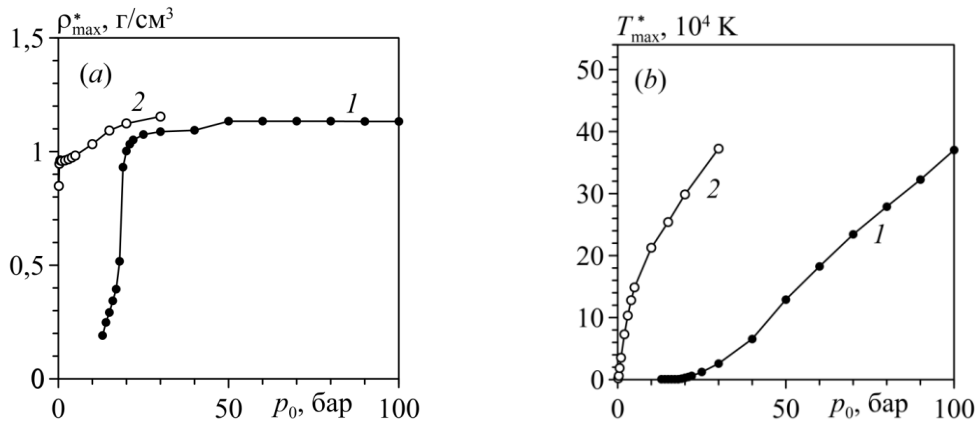


Рис. 6. Зависимости максимумов плотности  $\rho_{\text{max}}^*$  (a) и температуры  $T_{\text{max}}^*$  (b) на границе малой центральной области пузырька  $r \leq 0.25$  мкм от давления жидкости  $p_0$  при коллапсе кавитационных пузырьков в горячем ( $T_0 = 663$  К) тетрадекане (кривые 1) и холодном ( $T_0 = 273$  К) ацетоне (кривые 2)

Сопоставление реализации указанных выше сценариев сжатия показывает, что при коллапсе пузырька в ацетоне ударная волна образуется во всем рассматриваемом диапазоне варьирования давления  $0.17 \leq p_0 \leq 30$  бар. Как следствие, для случаев тетрадекана при  $13 \leq p_0 \leq 100$  бар и ацетона при  $0.17 \leq p_0 \leq 30$  бар наблюдаются различия в характере роста экстремальных значений термодинамических параметров с увеличением давления жидкости  $p_0$ .

Как видно на рис. 6, в случае тетрадекана при увеличении  $p_0$  до 18 бар, где реализуется сжатие содержимого пузырька, близкое к однородному, и сжатие посредством радиально сходящихся изэнтропических (неударных) волн, значение  $T_{\text{max}}^*$  возрастает относительно медленно. При  $p_0 \approx 19$  бар происходит переход к сценарию сжатия ударными волнами, чем обусловлено резкое увеличение скорости возрастания величины  $T_{\text{max}}^*$ , которая далее меняется плавно. Величина  $\rho_{\text{max}}^*$  при изменении  $p_0$  от 18 до 19 бар также растет заметно быстрее, чем при  $p_0 < 18$  бар. После  $p_0 \approx 19$  бар рост  $\rho_{\text{max}}^*$  резко замедляется из-за ограничения скачка плотности на ударной волне. В случае ацетона значение  $T_{\text{max}}^*$  возрастает с ростом  $p_0$  во всем представленном диапазоне варьирования  $p_0$  с довольно большой скоростью, поскольку ударная волна образуется при всех  $p_0$ . При этом численное значение аналогичной скорости роста  $\rho_{\text{max}}^*$  оказывается заметно меньше из-за отмеченного выше ограничения скачка плотности на ударной волне. Исключение составляет малая окрестность наименьшего из исследованных значения  $p_0 = 0.17$  бар, при котором из-за низкой интенсивности ударной волны величина  $\rho_{\text{max}}^*$  оказывается заметно ниже.

Из рис. 6 следует, что для достижения в пузырьке в горячем тетрадекане таких же экстремальных значений температур и плотностей пара, что и в пузырьке в холодном ацетоне при повышении его давления  $p_0$  от 15 до 30 бар, нужно повышать давление тетрадекана от 70 до 100 бар.

Сопоставление роста амплитуды возмущений сферичности пузырьков при коллапсе показывает, что в случае холодного ацетона она растет существенно больше, чем в случае горячего тетрадекана. Это обусловлено значительно большей глубиной коллапса пузырька, а значит, и существенно более сильным влиянием неустойчивости Биркгоффа–Плессета. Так, в тетрадекане при  $p_0 = 70$  бар и в ацетоне при  $p_0 = 15$  бар (при этих значениях  $p_0$  термодинамические параметры достигают сравнимых экстремальных значений) радиусы пузырьков уменьшаются при коллапсе в 2 и 22 раза соответственно.

**Заключение.** Рассмотрен коллапс кавитационного пузырька в горячем тетрадекане с температурой 663 К при его давлении в диапазоне 13–100 бар. Проиллюстрированы три сценария сжатия содержимого пузырька, последовательно реализующихся по мере увеличения давления тетрадекана, а именно, сжатие, близкое к однородному (до 13 бар), посредством радиально-сходящихся изентропических (от 14 до 18 бар) и ударных (выше 19 бар) волн. Проведено исследование влияния давления тетрадекана на рост амплитуды малых возмущений сферичности кавитационного пузырька при коллапсе. Показано, что при сжатии содержимого пузырька, близком к однородному, амплитуда малых возмущений растет заметно сильнее, чем при ударно-волновом сжатии. В частности, при давлении тетрадекана 14 бар этот рост превышает 30 раз, тогда как в промежутке 30–100 бар он составляет менее 10 раз. Установлено, что такое различие обусловлено тем, что при сжатии, близком к однородному, неустойчивость Рэлея–Тейлора проявляется существенно сильнее из-за наличия продолжительной фазы торможения коллапса пузырька с плотностью пара, намного меньшей плотности жидкости. Проведено сопоставление коллапса пузырьков в тетрадекане в указанных условиях и в холодном (с температурой 273 К) ацетоне в условиях, близких к известным экспериментам по нейтронной эмиссии при акустической кавитации дейтерирован-

ного ацетона. Отмечено, что для достижения в пузырьке в горячем тетрадекане таких же экстремальных значений температур и плотностей пара, что и в пузырьке в холодном ацетоне при повышении его давления от 15 до 30 бар, нужно повышать давление тетрадекана от 70 до 100 бар.

## Литература

1. Хабеев Н.С. К вопросу об использовании гомобаричности в динамике пузырьков // МЖГ. 2010. № 2. С. 47–50.
2. Shaw S.J., Spelt P.D.M. Shock emission from collapsing gas bubbles // J. Fluid Mech. 2010. V. 646. P. 363–373.
3. Moss W.C., Clarke D.B., Young D.A. Calculated pulse widths and spectra of a single sonoluminescing bubble // Science. 1997. V. 276. P. 1398–1401.
4. Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T. (Jr), Taleyarkhan R.P. The Theory of Supercompression of Vapor Bubbles and Nano-Scale Thermonuclear Fusion // Physics of Fluid. 2005. V. 17.
5. Bass A., Ruuth S.J., Camara C., Merriman B., Putterman S. Molecular Dynamics of Extreme Mass Segregation in a Rapidly Collapsing Bubble // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101.
6. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Зависимость сжатия пара в кавитационных пузырьках в воде и ацетоне от давления жидкости // Вестник Башкирского университета. 2015. Т. 20. № 3. С. 807–812.
7. Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Сильное сжатие пара в кавитационных пузырьках в воде и ацетоне // Вестник Башкирского университета. 2017. Т. 22. № 3. С. 580–585.
8. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Зависимость сжатия пара в кавитационных пузырьках в воде и бензоле от давления жидкости // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физ.-матем. науки. 2016. Т. 158. Кн. 2. С. 231–242.
9. Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю. Зависимость сжатия пара в кавитационных пузырьках в тетрадекане от давления жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26. № 6. С. 931–940.
10. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1, 2. М.: Наука, 1987.
11. Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма // Теплофизика высоких температур. 2011. Т. 49. №2. С. 310–313.
12. Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона // Доклады РАН. 2007. Т. 415. № 5. С. 617–621.

13. Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонные уравнения состояния бензола и тетрадекана в упрощенной форме // Теплофизика высоких температур. 2017. Т. 55. № 2. С. 206–215.

14. Aganin A.A. Dynamics of a small bubble in a compressible fluid // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2000. V. 33. P. 157–174.

15. Moss W.C., Clarke D.B., White J.W., Young D.A. Hydrodynamic simulations of bubble collapse and picosecond sonoluminescence // Phys. Fluids. 1994. V. 6. P. 2979–2985.

16. Аганин А.А., Ильгамов М.А. Динамика пузырька газа в центре сферического объема жидкости // Математическое моделирование. 2001. Т. 13. № 1. С. 26–40.

17. Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Эволюция возмущений сферичности пузырька при его сильном сжатии // ДАН. 2016. Т. 467. № 2. С. 168–172.

18. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Не жесткие задачи. М: Мир, 1990. 512 с.

19. Plesset M. S., Mitchell T. P. On the stability of the spherical shape of a vapor cavity in a liquid // Quart. Appl. Math. 1956. V. 13. P. 419–430.

20. Kull H. J. Theory of the Rayleigh-Taylor instability // Phys. Rep. 1991. V. 206. P. 197–325.

### References

1. Khabeev N.S. On using homobaricity in bubble dynamics. Mekhanika zhidkosti i gaza, 2010, no. 2, pp. 47–50.

2. Shaw S.J., Spelt P.D.M. Shock emission from collapsing gas bubbles. J. Fluid Mech., 2010, vol. 646, pp. 363–373.

3. Moss W.C., Clarke D.B., Young D.A. Calculated pulse widths and spectra of a single sonoluminescing bubble. Science, 1997, vol. 276, pp. 1398–1401.

4. Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T. (Jr), Taleyarkhan R.P. The theory of supercompression of vapor bubbles and nano-scale thermonuclear fusion. Physics of Fluid, 2005, vol. 17, pp. 106–107.

5. Bass A., Ruuth S.J., Camara C., Merriman B., Putterman S. Molecular dynamics of extreme mass segregation in a rapidly collapsing bubble. Phys. Rev. Lett., 2008, vol. 101, pp. 234–301.

6. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Toporkov D.Yu. Dependence of vapor compression in cavitation bubbles in water and acetone on liquid pressure. Vestnik

Bashkirskogo universiteta, 2015, vol. 20, no. 3, pp. 807–812.

7. Nigmatulin R.I., Aganin A.A., Ilgamov M.A., Toporkov D.Yu. Strong vapor compression in cavitation bubbles in water and acetone. Vestnik Bashkirskogo universiteta, 2017, vol. 22, no. 3, pp. 580–585.

8. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Toporkov D.Yu. Dependence of vapor compression in cavitation bubbles in water and benzol on liquid pressure. Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Ser. Fiziko-matematicheskie nauki, 2016, vol. 158, book 2, pp. 231–242.

9. Nigmatulin R.I., Aganin A.A., Toporkov D.Yu. Dependence of vapor compression in cavitation bubbles in tetradecane on liquid pressure. Teplofizika i aeromekhanika, 2019, vol. 26, no. 6, pp. 931–940.

10. Nigmatulin R.I. Dynamics of multiphase media. Vol. 1, 2. Moscow, Nauka, 1987.

11. Nigmatulin R.I., Bolotnova R.Kh. Wide-range equation of water and vapor state. Simplified form. Teplofizika vysokikh temperatur, 2011, vol. 49, no. 2, pp. 310–313.

12. Nigmatulin R.I., Bolotnova R.Kh. Wide-range equation of state for organic liquids: Acetone as an example. Doklady Physics, 2007, vol. 52, no. 8, pp. 442–446.

13. Nigmatulin R.I., Bolotnova R.Kh. Wide-range equations of benzol and tetradecane state in the simplified form. Teplofizika vysokikh temperature, 2017, vol. 55, no. 2, pp. 206–215.

14. Aganin A.A. Dynamics of a small bubble in a compressible fluid. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 2000, vol. 33, pp. 157–174.

15. Moss W.C., Clarke D.B., White J.W., Young D.A. Hydrodynamic simulations of bubble collapse and picosecond sonoluminescence. Phys. Fluids, 1994, vol. 6, pp. 2979–2985.

16. Aganin A.A., Ilgamov M.A. Gas bubble dynamics in the center of spherical liquid volume. Matematicheskoe modelirovanie, 2001, vol. 13, no. 1, pp. 26–40.

17. Nigmatulin R.I., Aganin A.A., Toporkov D.Yu., Ilgamov M.A. Evolution of disturbances of the sphericity of a bubble under strong compression. Doklady Physics, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 168–172.

18. Hairer E., Nørsett S.P., Wanner G. Solving ordinary differential equations. Nonstiff problems. Russian edition. Moscow, Mir, 1990. 512 p.

19. Plesset M. S., Mitchell T. P. On the stability of the spherical shape of a vapor cavity in a liquid. Quart. Appl. Math., 1956, vol. 13, pp. 419–430.

20. Kull H. J. Theory of the Rayleigh-Taylor instability. Phys. Rep., 1991, vol. 206, pp. 197–325.





## **CAVITATION BUBBLE COLLAPSE IN TETRADECANE AT A HIGH TEMPERATURE**

© **R.I. Nigmatulin, A.A. Aganin, D.Yu. Toporkov**

Institute of Mechanics and Engineering – Subdivision of the Federal State Budgetary Institution of Science «Kazan Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences»,  
2/31, ulitsa Lobachevskogo, 420111, Kazan, Russian Federation

The collapse of a cavitation bubble in tetradecane at a temperature of 663 K is considered. The liquid pressure is varied in a wide range of 13–100 bar. It is shown that three scenarios of the bubble content compression are consecutively realized with increasing the liquid pressure. In the first scenario, the compression is nearly uniform, in the second and third ones it is performed by the radially-convergent isentropic and shock waves, respectively. It has been found that the growth of the amplitude of small bubble sphericity perturbations in the form of single spherical harmonics during the collapse turns out to be noticeably stronger in case of the nearly-uniform compression of the bubble content than in case of its shock-wave compression. In particular, the perturbation amplitude increases more than 30-fold at the liquid pressure of 14 bar and less than 10-fold at 30–100 bar. A comparison of the maximum levels of the thermodynamic parameters in a cavitation bubble in tetradecane during the collapse under the conditions considered with those achieved during the cavitation bubble collapse in acetone at a temperature of 273 K and a pressure of 0.17–30 bar is presented.

Key words: bubble collapse, converging shock waves, spherical shape distortion.