

УДК 534.113

DOI: 10.31040/2222-8349-2020-0-2-14-19

## УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ОСЕВОМ УДАРЕ

© М.А. Ильгамов

Линейная устойчивость упругой цилиндрической оболочки, содержащей несжимаемую идеальную жидкость, при ударе по торцу в осевом направлении рассмотрена в предположении о мгновенном установлении сжатия по всей длине. Основное внимание уделяется анализу волнообразования в условиях контактного взаимодействия с жидкостью. Приводятся также результаты экспериментального исследования волнообразования в оболочке с жидкостью и без жидкости. Дается сравнение их с теоретическими данными. Показано уменьшение размеров волн по окружности и длине оболочки, содержащей жидкость, по сравнению с пустой оболочкой.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, жидкость, ударное сжатие, устойчивость, волнообразование, эксперимент.

**1. Введение.** Статическая устойчивость упругой тонкостенной цилиндрической оболочки при ее осевом сжатии рассматривалась такими авторами, как Р. Лоренц (1908), Р.В. Саусвелл (1913), С.П. Тимошенко (1914), Л. Доннелл (1934) и многими другими. Широко известна формула критического значения статической осевой силы на оболочку радиуса  $R$  и толщины  $h$  из материала с модулем  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$

$$N_{cr} = \frac{Eh^2}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}}. \quad (1.1)$$

Это значение не зависит от длины оболочки и чисел волн по ее длине и окружности.

Обзор исследований по статической устойчивости цилиндрической оболочки при осевом сжатии приводится в монографиях [1, 2] и справочном издании [3]. Недавней публикацией по статической устойчивости и закритическом изгибе пластин и оболочек является монография [4].

Устойчивости цилиндрической оболочки при ударном осевом сжатии посвящены работы [5–10]. В них для анализа явления привлекались уравнения устойчивости как по модели Кирхгоффа, так и Тимошенко.

Насколько известно, по устойчивости цилиндрической оболочки, содержащей жидкость, при ударном осевом сжатии известны только

публикации [11–13]. В данной работе рассматривается эта задача. Приводятся результаты экспериментального исследования и сравнение их с данными теории.

**2. Постановка задачи.** Цилиндрическая тонкостенная оболочка, содержащая жидкость со свободной поверхностью, дном опирается на абсолютно жесткую поверхность (рис. 1). На верхнюю кромку оболочки прикладывается динамическая сжимающая сила  $N(t)$  на единицу длины дуги. Общая сила на оболочку, равная  $2\pi RN$ , может прикладываться через прокладку. Предполагается, что сила  $N$  задается в виде мгновенного скачка по времени  $t$  и устанавливается по всей длине оболочки мгновенно. Длина  $L$  и радиус  $R$  имеют порядок  $10^{-1}$  м и меньше. В стальной оболочке волна растяжения-сжатия со скоростью  $c = 5000$  м/с проходит это расстояние за время  $L/c = 2 \cdot 10^{-5}$  с. Время ударного действия груза по торцу стального стержня оценивается в  $10^{-3}$  с. Ввиду многократного отражения волны от кромок оболочки за время порядка  $10^{-3}$  с происходит выравнивание усилия сжатия по всей ее длине. Поэтому допущение о мгновенном установлении сжатия является приемлемым. Собственные веса оболочки и жидкости не учитываются. Жидкость считается идеальной и несжимаемой, ее свободная поверхность совпадает с верхней кромкой оболочки.

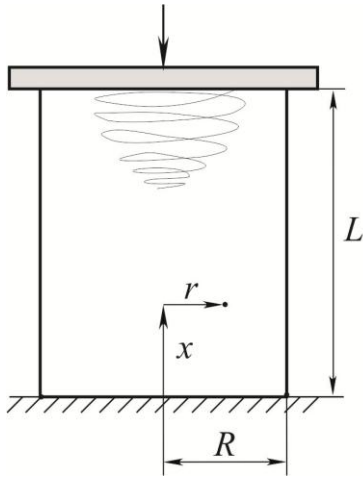


Рис. 1

Уравнение линейной устойчивости относительно функции прогиба  $w(x, y, t)$  имеет вид [5]

$$D\nabla^4 w + \frac{Eh}{R^2} w + N \left( \frac{\partial^2 (w_0 + w)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 (w_0 + w)}{\partial y^2} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q, \quad (2.1)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)},$$

где  $x, y$  – продольная и окружная координаты,  $\rho$  – плотность материала оболочки,  $h$  – толщина стенки,  $q$  – поперечная распределенная сила со стороны жидкости на единичную площадь стенки.

Решение уравнений движения жидкости с плотностью  $\rho_f$  относительно потенциала скорости  $\varphi(x, y, r, t)$  и давления  $p(x, y, r, t)$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial \varphi}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad p = -\rho_f \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (2.2)$$

на поверхности оболочки должно удовлетворять кинематическому и динамическому условиям

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad p = q \quad (r = R), \quad (2.3)$$

а при  $r = 0$  условию  $\varphi = 0$  [14].

Опыт решения задач устойчивости оболочек показывает, что легче образуются волны, размеры которых близки к размерам волн начального прогиба стенок (до нагружения). Поэтому будем принимать эти размеры совпадающими. Существенным является допущение о малости длин волн по продольной и дуговой координатам по сравнению с длиной и диаметром оболочки. В связи с этим условия при  $x = 0$ ,

$L$  оказывают мало влияния на критические продольные силы, собственные частоты системы и другие интегральные характеристики (этот вопрос исследовался специально [1, 2]). Несмотря на это, для определенности принимаем условия

$$w_0 = 0, \quad \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad (2.4)$$

$$\varphi = 0 \quad (x = 0, L).$$

Условиям (2.4) удовлетворяют функции

$$w_0 = W_{mn}^0(t) \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R},$$

$$w = W_{mn}(t) \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}, \quad (2.5)$$

$$\varphi = \Phi_{mn}(t) r^{\lambda_{mn}} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R},$$

где  $m$  – число полуволн на длине  $L$ ,  $n$  – число волн по окружности цилиндра ( $n \geq 2$ ). Кроме того, функция  $\varphi$  при  $\lambda_{mn} > 0$  удовлетворяет условию при  $r = 0$ . Из первого уравнения (2.2) находим параметр

$$\lambda_{mn}^2 = (m\pi R/L)^2 + n^2. \quad (2.6)$$

Связь между  $\Phi_{mn}$  и  $W_{mn}$  определяется из (2.3)

$$\Phi_{mn} = -\frac{\rho_f}{\lambda_{mn} R^{\lambda_{mn}-1}} \frac{\partial W_{mn}}{\partial t}. \quad (2.7)$$

В соответствии со вторым уравнением (2.2) и выражениями (2.5), (2.7) давление  $p$  при  $r = R$  равно

$$p = -\frac{\rho_f R}{\lambda_{mn}} \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial t^2} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}. \quad (2.8)$$

Так как по (2.3)  $q = p(R)$ , то подставив первые два выражения (2.5) и (2.8) в уравнение изгиба (2.1), получаем

$$\ddot{W}_{mn} + \mu_{mn}^2 (N_{mn} - N) W_{mn} = \mu_{mn}^2 N W_{mn}^0,$$

$$N_{mn} = N_E \left( m^2 + \frac{12(1-\nu^2)}{m^2(1+\xi^2)} \left( \frac{L^2}{\pi^2 R h} \right)^2 \right), \quad (2.9)$$

$$N_E = \frac{\pi^2 D(1+\xi^2)}{L^2(1+\nu\xi^2)}, \quad \mu_{mn}^2 = \left( \frac{\pi m}{L} \right)^2 \frac{(1+\nu\xi^2)}{M_{mn}},$$

$$M_{mn} = \rho h + \frac{\rho_f R}{\lambda_{mn}}, \quad \xi = \frac{nL}{m\pi R} = \frac{l_x}{l_y}.$$

Здесь через  $l_x = 2L/m$  и  $l_y = 2\pi R/n$  обозначены длины волн в продольном и окружном направлениях. Их отношение  $\xi_{mn}$  слабо зависит от чисел  $m$  и  $n$ , так как при изменении одного из них соответственно меняется и другое. Поэтому для кратко-

сти в (2.9) и в дальнейшем используется обозначение  $\xi = l_x/l_y$ . Важно подчеркнуть, что даже при дифференцировании функций по числу  $m$  отношение  $\xi$  считается постоянной величиной.

Для установления погрешности приближенного уравнения (2.1) сравним значения статических критических сил  $N_{cr}$  по решению (2.9) и формуле Лоренца–Тимошенко (1.1). Производная по  $(\pi m/L)^2$  от  $N_{mn}$  по (2.9), приравненная к нулю, дает выражение

$$\left(\frac{\pi m}{L}\right)^2 = \frac{2}{Rh} \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{1+\xi^2}}. \quad (2.10)$$

Подстановка (2.10) в формулу  $N_{mn}$  по (2.9) приводит к значению критической силы на оболочку

$$N_{cr} = \frac{Eh^2}{R(1+\nu\xi^2)} \sqrt{\frac{1+\xi^2}{3(1-\nu^2)}}. \quad (2.11)$$

Здесь  $N_{cr}$  зависит от величины  $\xi = l_x/l_y$ . Отношение (2.11) к (1.1) составляет  $(1+\xi^2)^{1/2}(1+\nu\xi^2)^{-1}$ , что при  $\nu = 1/3$  и  $\xi = 1, 0.7, 0.3$  равно соответственно 1.061, 1.032, 1.013.

Поскольку в данной работе целью является изучение влияния жидкости на устойчивость оболочки, то указанная разница заметно не скажется на это влияние. Особенность волнообразования при размерах  $\pi R/L \sim 1$  состоит в том, что с изменением длины волны в одном направлении соответственно изменяется ее длина в другом направлении.

**3. Динамика при ступенчатом возрастании сжимающей силы.** Сила на единицу окружности  $N$  возрастает мгновенно при  $t = 0$  и далее остается постоянной. Тогда решение уравнения (2.9) имеет вид

$$\frac{W_{mn}}{W_{mn}^0} = \frac{N}{N_{mn} - N} \left(1 - \cos \mu_{mn} \sqrt{N_{mn} - N} t\right) \quad N < N_{mn}, \quad (3.1)$$

$$\frac{W_{mn}}{W_{mn}^0} = \frac{N}{N - N_{mn}} \left(\cosh \mu_{mn} \sqrt{N - N_{mn}} t - 1\right) \quad N > N_{mn}.$$

Таким образом, в первом из этих случаев система после удара совершает колебания около равновесного положения, во втором случае в линейном приближении имеется неограниченное возрастание гармоник. Рассмотрим второе решение (3.1), которое может быть представлено рядом

$$\frac{W_{mn}}{W_{mn}^0} = \frac{N}{2} \mu_{mn}^2 t^2 \left(1 + \frac{\mu_{mn}^2}{12} (N - N_{mn}) t^2 + \dots\right). \quad (3.2)$$

Здесь первый член описывает возрастание гармоник с постоянным ускорением, последующие – ускоренное движение. Представляет интерес определить, при каких значениях  $m, n$  происходит наиболее интенсивное возрастание прогиба. Это можно оценить по второму члену (3.2). Из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \mu_{mn}^2 (N - N_{mn}) \right] = 0, \quad \eta = \left(\frac{\pi m}{L}\right)^2 \quad (3.3)$$

с учетом (2.9) для оболочки без жидкости ( $\rho_f = 0$ ) находим

$$m = \sqrt{\frac{N}{2N_E}}. \quad (3.4)$$

При этом, в силу сказанного выше, приближенно предполагалась независимость величины  $\xi$  от  $\eta$ . Число полуволн (3.4) по форме совпадает с числом Лаврентьева  $m_L$  [5] в случае продольного удара по стержню. В случае пластины ( $R \rightarrow \infty, \xi \rightarrow 0, N_E = \pi^2 D/L^2$ ) число (3.4) в точности совпадает с  $m_L$ .

В случае больших отношений  $R/h$  присоединенная масса жидкости значительно больше массы оболочки. Определим число  $m$  по (3.3), пренебрегая первым членом в выражении  $M_{mn}$  по (2.9), (2.6). Тогда имеем уравнение

$$m^4 - \frac{3N}{5N_E} m^2 + \frac{12(1-\nu^2)}{5(1+\xi^2)} \left(\frac{L^2}{\pi^2 Rh}\right)^2 = 0,$$

из которого следует

$$m \approx \sqrt{\frac{3N}{5N_E}} \left(1 - \frac{10(1-\nu^2)}{3\pi^4(1+\xi^2)} \left(\frac{L^2 N_E}{RhN}\right)^2\right). \quad (3.5)$$

При  $L/R \sim 1, L/h \sim 10^2, N_E/N \sim 10^{-2}$  значение второго члена в скобках (3.5) имеет порядок  $10^{-2}$ . Поэтому для оценок можно пользоваться формулой (3.5) без второго члена.

В предельных случаях (3.4) и (3.5), полученных при  $\rho \neq 0, \rho_f = 0$  и  $\rho = 0, \rho_f \neq 0$ , число  $m$  не зависит от плотностей  $\rho$  и  $\rho_f$ . В общем случае может быть предложена зависимость

$$m \approx \sqrt{\left(\frac{N}{N_E}\right) \frac{5\rho + 6\rho_f}{10(\rho + \rho_f)}}.$$

Наиболее интенсивно развиваются гармоники ниже и выше значений  $m$  и  $n$ , определенных по (3.4), (3.5). Если, например,  $N/N_E = 140$ , то по (3.4)  $m \approx 8.37$ . При  $\pi R/L = 1, \xi = 0.8$  число

$n = m\xi\pi R/L \approx 6.69$ . В соответствии с (2.5), (2.6), (2.9), (3.2) функция прогиба имеет вид

$$w = W_{86} \sin \frac{8\pi x}{L} \sin \frac{6y}{R} + W_{97} \sin \frac{9\pi x}{L} \sin \frac{7y}{R},$$

$$\frac{2W_{86}}{NW_{86}^0} = \mu_{86}^2 t^2 \left[ 1 + \frac{\mu_{86}^2}{12} (N - N_{86}) t^2 \right],$$

$$\mu_{86}^2 = \left( \frac{8\pi}{L} \right)^2 \frac{(1 + \nu \xi^2)}{M_{86}},$$

$$M_{86} = \rho h + \frac{\rho_f R}{\lambda_{86}}, \quad \lambda_{86}^2 = \left( \frac{8\pi R}{L} \right)^2 + 6^2,$$

$$\frac{N_{86}}{N_E} = 8^2 + \frac{12(1 - \nu^2)}{8^2(1 + \xi^2)} \left( \frac{L^2}{\pi^2 R h} \right)^2.$$

Выражения  $W_{97}$ ,  $\mu_{97}$ ,  $M_{97}$ ,  $\lambda_{97}$ ,  $N_{97}$  получаются из (3.6) заменой 86 на 97 (на числа полуволны  $m = 9$  и волны  $n = 7$ ).

**4. Экспериментальное определение длин волн.** Первые опыты по статическому выпучиванию труб при осевом сжатии связаны с именами W. Fairbairn (1894), E. Clark (1850), а тонкостенных цилиндрических оболочек – с именами A. Robertson (1928), E. Lundquist (1934), L. Donnell (1934). В дальнейшем было проведено множество таких экспериментов. Обзор этих работ приводится, например, в монографиях С.П. Тимошенко [1], А.С. Вольмира [2]. Для всех этих экспериментов характерным является значительный разброс результатов, что говорит о чувствительности их к разного рода возмущениям.

В данной работе в качестве образцов цилиндрических оболочек для экспериментов использовались пивные банки. Банка устанавливалась на жестком основании. На ее верхнюю кромку ставилась стальная или деревянная шайба толщиной 0.01 м и 0.05 м, по которой производился удар металлическим молотком.

Пустые банки подвергались удару меньшей интенсивности. После каждого удара стенка банки тщательно осматривалась. Если визуально не было заметно волнообразование, то про-

изводился удар большей интенсивности. После появления волнообразования эксперимент прекращался, и снимались размеры образовавшихся волн. Определяются расстояния между ребрами вмятин к центру, образовавшихся при ударе (рис. 2). Эти размеры по окружности обозначены через  $l_y$ , по длине  $l_x$ . Поэтому значениями  $l_x$ ,  $l_y$  определяются приблизительно длины волн. Погрешность определения  $l_x$  больше ввиду большей плавности ребра между волнами в продольном направлении. Очевидно, такой эксперимент не может претендовать на точность. Результаты носят лишь качественный характер.

Важно отметить, что волнообразование происходит на упругой стадии деформации или с небольшой долей пластических деформаций по краям волны. Об этом свидетельствует обратное прохлопывание волны после легкого надавливания на стенку. Банки с водой подвергались испытаниям в том же порядке. Перед испытаниями производилась дегазация водопроводной воды.

В данных экспериментах разброс по размерам волн объясняется наличием визуально незаметных отклонений от идеальной круговой формы стенки, ее разностенности, разномодульности материала, неточным центральным ударом. Эти факторы, имеющиеся в одном образце, отличаются для разных образцов. Размеры волн практически одинаковы на самой ранней стадии волнообразования с малыми прогибами и на стадии с прохлопыванием в направлении к центру цилиндра. Так как в данном эксперименте ставится цель определить только разницу в волнообразовании в цилиндрической оболочке с контактом с жидкостью и без него, то эти замеры качественно отражают картину явления.

При многочисленных испытаниях не наблюдалось волнообразование по всей площади стенки цилиндра. Волны появлялись чаще вблизи верхней или нижней кромки (больше у нижнего основания). Такая особенность отмечалась также в экспериментах, описанных в литературе [5].

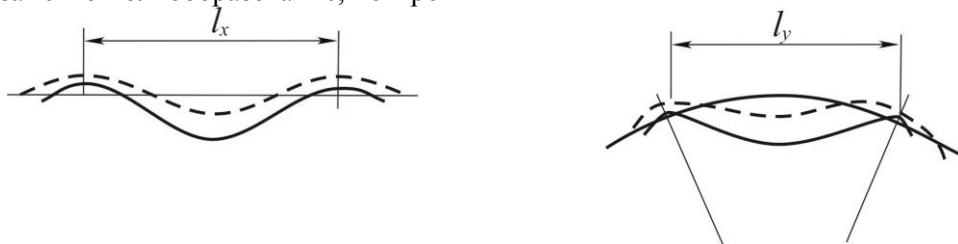


Рис. 2

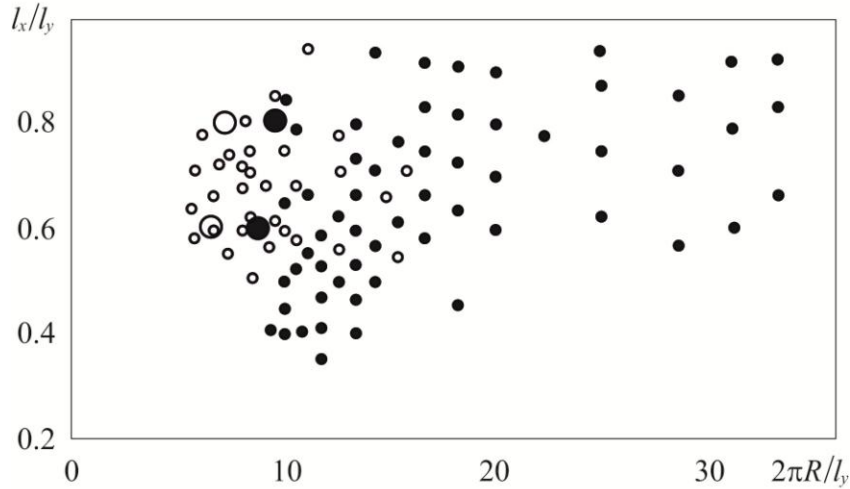


Рис. 3

При сильном закритическом изгибе наблюдалось слияние некоторых волн в окружном направлении с большим прохлопыванием к центру. Вдоль образующей цилиндра не происходит слияния волн. Волны располагались не только строго по окружности, но в некоторых случаях и с изменением продольной координаты (винтообразное расположение). При нескольких испытаниях получилось осесимметричное волнообразование (главным образом у верхней кромки).

Для данных экспериментов  $L = 0.1$  м,  $2\pi R = 0.2$  м,  $h = 1.2 \cdot 10^{-4}$  м,  $E = 10^5$  МПа,  $\nu = 1/3$ ,  $\rho = 3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_f = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Если принять  $\xi = 0.8$ , то по (2.9)  $N_E = 7.68$  кг/с<sup>2</sup> =  $7.68 \cdot 10^{-6}$  МПа·м (соответствующая сила для оболочки равна  $2\pi R N_E = 1.53 \cdot 10^{-6}$  МПа·м<sup>2</sup>). При  $\xi = 0.6$  и других прежних данных  $N_E = 8.54 \cdot 10^{-6}$  МПа·м. Таким образом, имеется незначительное отличие в значениях  $N_E$  при произвольно принятых значениях  $\xi$ , находящихся в пределах экспериментальных данных (рис. 3).

Определим разницу в волнообразовании в пустой оболочке и в оболочке с жидкостью при одних и тех же данных, приведенных выше. Для того, чтобы нанести данные на рис. 3, воспользовались соотношениями (3.4), (3.5) (без последнего члена). Получаем

$$\frac{2\pi R}{l_y} = \frac{2\pi R \xi}{l_x} = \frac{\pi R \xi m}{2L}.$$

Если  $N/N_E = 240$ , то в пустой оболочке  $2\pi R/l_y = 6.56$  ( $\xi = 0.6$ ) и  $8.76$  ( $\xi = 0.8$ ), а в оболочке с жидкостью  $2\pi R/l_y = 7.20$  ( $\xi = 0.6$ ) и  $9.6$  ( $\xi = 0.8$ ). Эти результаты нанесены на рис. 3, где большие светлые кружки относятся к оболочке без жидкости, а большие темные кружки – с жидкостью.

Были отдельные случаи, когда наряду с волнообразованием в цилиндрической части происходило прохлопывание вниз доньшка, представляющего собой сферический сегмент. Это сложное явление кавитационного взаимодействия столба жидкости с доньшком может представлять собой отдельное исследование [15].

**5. Заключение.** Классическая задача об устойчивости тонкостенной цилиндрической оболочки при статическом продольном сжатии привлекала внимание многих исследователей ввиду ее практической важности. Меньшее внимание уделялось задаче динамического продольного сжатия. Насколько известно, влияние жидкости внутри оболочки на ее устойчивость при продольном ударе изучено недостаточно.

В данной работе получена оценка волнообразования в цилиндрической оболочке, содержащей жидкость со свободной поверхностью, при продольном ударе по ее кромке. Число полуволн по длине пустой оболочки определяется по формуле  $m \approx \sqrt{N/2N_E}$ , а в оболочке с жидкостью – по  $m \approx \sqrt{3N/(5N_E)}$ , где  $N_E$  – эйлерово значение статической продольной критической силы на оболочку,  $N$  – сила удара по ее торцу.

Приведенные результаты экспериментов носят лишь качественный характер и не претендуют на точность. Несмотря на это, они показывают на уменьшение размеров волн на поверхности оболочки с водой по сравнению со случаем пустой оболочки. Имеется качественное соответствие данных теории и эксперимента.

Литература

1. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. М.: ГИТТЛ, 1955. 568 с.
2. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем. М.: Физматлит, 1963. 880 с.
3. Прочность, устойчивость, колебания. Т. 3 / Под ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. М.: Машиностроение, 1968. 568 с.
4. Shen H.Sh. Postbuckling Behavior of Plates and Shells. Shanghai Jiao Tong University, 2017. 675 p.
5. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Физматлит, 1972. 432 с.
6. Агамиров В.Л., Вольмир А.С. Об устойчивости цилиндрической оболочки при продольном ударе // ДАН СССР. 1964. Т. 157. № 2. С. 307–308.
7. Борисенко В.И. Об устойчивости цилиндрической оболочки при продольном ударе // Прикладная механика. 1965. Т. 1. № 5. С. 100–104.
8. Roth R.S., Klosner J.M. Nonlinear response of cylindrical shells subjected to dynamic axial loads // AIAA. 1964. V. 2. № 2. P. 1788–1794.
9. Григолюк Э.И., Горшков А.Г. Нестационарная гидроупругость оболочек. Л.: Судостроение, 1974. 208 с.
10. Горшков А.Г. Устойчивость при ударных нагрузках // Динамика и прочность машин: Энциклопедия. М.: Машиностроение, 1994. Т. 1. С. 510–516.
11. Бублик Б.Н., Меркулов В.И. О динамической устойчивости тонких упругих оболочек, наполненных жидкостью // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 4. С. 120–126.
12. Севастьянов А.В. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки, наполненной жидкостью, при продольном динамическом сжатии // МТТ. 1968. № 3. С. 120–126.
13. Кийко И.А. Цилиндрическая оболочка, заполненная жидкостью, под действием осевой ударной нагрузки // Научные труды Института механики МГУ. 1971. № 8. С. 88–92.
14. Ильгамов М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969. 182 с.
15. Ганиев Р.Ф., Ильгамов М.А. Кавитация столба жидкости при движении ее нижней границы // ДАН. 2018. Т. 63. № 9. С. 362–365.

References

1. Timoshenko S.P. Stability of elastic systems. Moscow, GITTL, 1955. 568 p.
2. Volmir A.S. Stability of elastic systems. Moscow, Fizmatlit, 1963. 880 p.
3. Strength, stability, oscillations. Vol. 3. I.A. Birger, Ya.G. Panovko (eds). Moscow, Mashinostroenie, 1968. 568 p.
4. Shen H.Sh. Postbuckling behavior of plates and shells. Shanghai Jiao Tong University, 2017. 675 p.
5. Volmir A.S. Nonlinear dynamics of plates and shells. Moscow, Fizmatlit, 1972. 432 p.
6. Agamirov V.L., Volmir A.S. The stability of a cylindrical shell under a longitudinal impact. Doklady AN SSSR, 1964, vol. 157, no. 2, pp. 307–308.
7. Borisenko V.I. On the stability of a cylindrical shell under a longitudinal impact. Prikladnaya mekhanika, 1965, vol. 1, no. 5, pp. 100–104.
8. Roth R.S., Klosner J.M. Nonlinear response of cylindrical shells subjected to dynamic axial loads. AIAA, 1964, vol. 2, no. 2, pp. 1788–1794.
9. Grigolyuk E.I., Gorshkov A.G. Nonstationary hydroelasticity of shells. Leningrad, Sudostroenie, 1974. 208 p.
10. Gorshkov A.G. Stability under impact loads. Dinamika i prochnost mashin. Entsiklopediya. Moscow, Mashinostroenie, 1994, vol. 1, pp. 510–516.
11. Bublik B.N., Merkulov V.I. On dynamic stability of thin elastic shells filled with a liquid. Prikladnaya matematika i mekhanika, 1960, vol. 24, issue 4, pp. 120–126.
12. Sevastyanov A.V. Stability of a circular cylindrical shell filled with a liquid under longitudinal dynamic compression. Mekhanika tverdogo tela, 1968, no. 3, pp. 120–126.
13. Kiyko I.A. Cylindrical liquid-filled shell under the action of axial impact load. Nauchnye trudy Instituta mekhaniki MGU, 1971, no. 8, pp. 88–92.
14. Ilgamov M.A. Oscillations of elastic shells containing liquid and gas. Moscow, Nauka, 1969. 182 p.
15. Ganiev R.F., Ilgamov M.A. Liquid-column cavitation under motion of its lower boundary. Doklady Physics, 2018, vol. 63, issue 9, pp. 362–365.

STABILITY OF A CYLINDRICAL SHELL UNDER AXIAL IMPACT

© М.А. Ilgamov

Bashkir State University,  
32, ulitsa Zaki Validi, 450076, Ufa, Russian Federation  
Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Centre  
of the Russian Academy of Sciences,  
71, prospekt Oktybrya, 450054, Ufa, Russian Federation

Linear stability of an elastic cylindrical shell containing incompressible ideal liquid under the impact on its end in the axial direction is considered on the assumption about instant compression formed along the entire length. The main attention is paid to the analysis of wave formation under the conditions of contact interaction with the liquid. The paper also includes the results of experimental research on wave formation in the shell with and without liquid. A comparison is given with theoretical data. A decrease is shown in wave sizes around the circumference of the liquid-filled shell and along its length as compared to an empty shell.

Key words: cylindrical shell, liquid, impact compression, stability, wave formation, experiment.