## МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА

УДК 532.5.031 DOI: 10.31040/2222-8349-2018-0-3-13-21

## ДИНАМИКА ПУЗЫРЬКА ГАЗА В ЖИДКОСТИ У СТЕНКИ НА ТОРОИДАЛЬНОЙ ФАЗЕ ДВИЖЕНИЯ

#### © М.А. Ильгамов, Л.А. Косолапова, В.Г. Малахов

Рассматривается осесимметричная динамика одиночного кавитационного пузырька в идеальной несжимаемой жидкости вблизи плоской твердой поверхности (стенки) в случае превращения первоначально односвязного пузырька в тороидальный. Изучается влияние начального расстояния между пузырьком и стенкой на форму пузырька и поле давления в жидкости на тороидальной фазе движения. Применяется численная методика, использующая шаговый метод по времени для расчета движения контура пузырька в его осевом сечении и метод граничных элементов для определения нормальной составляющей скорости на контуре. Результаты получены для пузырька в воде на режиме его расширения и последующего сжатия. Дана оценка силового воздействия пузырька на стенку в зависимости от толщины разделяющей их прослойки жидкости. Приведены радиальные профили давления на стенку и построены зависимости от времени давления в пузырьке и максимального давления на стенке.

Установлено, что с увеличением начального расстояния между пузырьком и стенкой динамика пузырька может развиваться по разным сценариям. При некотором критическом значении начального расстояния тороидальная фаза динамики может завершиться его распадом в ходе сжатия пузырька. При начальном расстоянии, превышающем это значение, тороидальный пузырек не только сжимается до достижения своего минимального объема, но и испытывает значительное повторное расширение. При начальном расстоянии меньше критического значения давление в тороидальном пузырьке вплоть до его распада не превышает максимального давления на стенке, а при увеличении этого расстояния данное соотношение меняется на противоположное. Наибольшее давление на стенке наблюдается, когда отношение начального расстояния между пузырьком и стенкой к максимальному радиусу пузырька примерно равно 0.8.

Ключевые слова: пузырек газа в жидкости, тороидальный пузырек, потенциальное течение жидкости, метод граничных элементов.

Введение. Известно, что кавитационное разрушение поверхности возникает в результате воздействия кумулятивных струй, создаваемых схлопывающимися вблизи поверхности кавитационными пузырьками. При этом максимальное давление на стенку достигается на тороидальной фазе движения пузырька, которая реализуется после удара кумулятивной струи по стенке или по слою жидкости между пузырьком и стенкой. Представленные в литературе результаты [1, 2] показывают весьма сложный характер поведения пузырька на тороидальной фазе, зависящий от начальных данных: формы пузырька, его удаленности от стенки, разности давлений в пузырьке и окружающей его жидкости, поля скорости жидкости и т.д. В частности, в работе [1] рассмотрено расширение и последующее сжатие пузырька под действием разности давлений в пузырьке и окружающей его жидкости

ИЛЬГАМОВ Марат Аксанович – чл.-корр. РАН, Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, e-mail: ilgamov@anrb.ru

КОСОЛАПОВА Людмила Александровна – к.ф.-м.н., Институт механики и машиностроения Федерального исследовательского центра «Казанский научный центр РАН», e-mail: kosolapova@kfti.knc.ru МАЛАХОВ Владимир Георгиевич – к.ф.-м.н., Институт механики и машиностроения Федерального исследовательского центра «Казанский научный центр РАН», e-mail: malahov@kfti.knc.ru

при безразмерном начальном расстоянии от центра пузырька до стенки  $\gamma = d_0/R_{\text{max}}$ , варьируемом в диапазоне  $0.8 < \gamma < 1.2$ . Здесь  $d_0$  – начальное расстояние от центра пузырька до стенки, R<sub>max</sub> – максимальный радиус пузырька при его расширении в неограниченном объеме жидкости. Показано образование и перемещение всплесков на поверхности тороидального пузырька, обусловленных столкновением высокоскоростного потока жидкости в кумулятивной струе с массой относительно неподвижной жидкости. В [2] исследован более широкий диапазон изменения у (0.5<у<2), при этом сделан вывод, что наиболее разрушительным для стенки является случай γ=1.3, поскольку при этом значении у давление на стенке достигает своего максимума. В работах [3, 4] установлено, что при у≥1.6 возникающий при сжатии у стенки тороидальный пузырек в ходе своего последующего расширения может вновь превратиться в односвязный.

Для изучения динамики кавитационного пузырька у стенки обычно применяется методика, основанная на шаговом методе по времени и методе граничных элементов (МГЭ) [3, 5, 6]. При оценке давления в жидкости, окружающей пузырек, наиболее часто используются конечно-разностные формулы по времени и пространству для потенциала скорости жидкости, найденного с помощью МГЭ [3, 6]. Такой способ расчета давления может приводить к значительным погрешностям даже при существенном измельчении шагов по времени и пространству. Поэтому в [7] предложен более точный способ, в котором давление в жидкости вычисляется также с помощью интеграла Коши – Лагранжа, но частная производная от потенциала по времени, удовлетворяющая уравнению Лапласа, рассчитывается с помощью МГЭ.

В настоящей работе для изучения динамики кавитационного пузырька используется методика, основанная на МГЭ [8]. Для оценки давления в жидкости применяется способ, предложенный в [7]. Основное внимание в расчетах уделено определению давления жидкости на стенку. Построены профили давления в жидкости вдоль оси симметрии и на стенке вдоль радиальной оси, которые могут быть использованы при оценке повреждений поверхности тела, подвергающейся удару струи жидкости [9, 10]. Получены зависимости максимального давления на стенку от времени и от величины γ.

#### 1. Постановка задачи и метод решения

Рассматривается осесимметричная динамика кавитационного пузырька у плоской твердой стенки. В начальный момент времени t=0маленький сферический пузырек радиуса  $R_0$  с центром, расположенным на расстоянии  $d_0$ ( $R_0 \ll d_0$ ) от стенки, расширяется под действием внутреннего давления  $p_{b0}$ , значительно превышающего давление жидкости на большом удалении от пузырька  $p_{\infty}$ . Жидкость считается идеальной несжимаемой, ее движение потенциальным, поверхностное натяжение не учитывается. Давление в пузырьке  $p_h$  изменяется по закону

$$p_b = p_{b0} (V_0 / V)^{\kappa}$$

где V<sub>0</sub>, V – начальный и текущий объемы пузырька, к – показатель адиабаты.

При расчетах используется методика, состоящая из двух этапов и основанная на шаговом методе для отслеживания движения контура во времени и МГЭ [8]. Каждый этап предназначен для одной из двух фаз движения пузырька. Первая фаза включает расширение и последующее сжатие пузырька до момента  $t = t_c$ , когда образующаяся на его поверхности кумулятивная струя ударяет по прослойке жидкости между пузырьком и стенкой. В этой фазе пузырек является односвязным. В момент  $t = t_c$ в результате контакта струи с поверхностью прослойки пузырек становится тороидальным. Вторая фаза  $(t > t_c)$  включает движение тороидального пузырька.

Необходимой составной частью численной методики, обеспечивающей устойчивость счета, является процедура сглаживания функций, задающих положение контура и величину потенциала скорости жидкости на нем. В этой и более ранних работах авторов для процедуры сглаживания использовался сглаживающий кубический сплайн. Все приведенные ниже результаты получены при одинаковом значении малого параметра сглаживания.

#### 2. Результаты

Для представления результатов использованы следующие безразмерные величины:

$$p^* = p/p_{\infty}, v^* = v/(p_{\infty}/\rho)^{1/2}, r^* = r/R_{\max},$$
  
$$z^* = z/R_{\max}, t^* = t/[R_{\max}(\rho/p_{\infty})^{1/2}],$$

где p – давление, v – модуль скорости, r, z – радиальная и осевая координаты осесимметричной системы отсчета с началом на поверхности стенки и с осью *z*, проходящей ортогонально стенке через центр пузырька.

Расчеты выполнены для пузырька в воде при комнатной температуре,  $\rho = 1000 \text{ кг/m}^3$ , к=1.33. Давление  $p_{\infty}$  полагается постоянным, равным 1 бар. В момент *t*=0 принято  $R_0=0.172R_{\text{max}}$ , начальная скорость поверхности пузырька равна нулю.

На рис. 1, *а* для  $\gamma = 0.6$ , 1.0, 1.6 изображены контуры пузырьков на фазе движения односвязного пузырька: штриховая линия 1 – в начальный момент времени *t*=0, линия 2 – в момент максимального расширения и линия 3 – в момент  $t_c^*$  касания кумулятивной струи противоположной стороны поверхности пузырька. Вид-

1.6

3.0

2.1728

2.0841

но, что формы пузырька в момент  $t_c^*$  сильно зависят от параметра  $\gamma$ : при  $\gamma = 0.6$  часть поверхности пузырька вблизи стенки в момент его максимального расширения и при последующем сжатии оказывается почти плоской, при  $\gamma = 1$  плоская часть поверхности пузырька оказывается значительно меньше и при  $\gamma = 1.6$  эта часть его поверхности остается близкой к сферической.

Картины полей давления в окружающей пузырек жидкости в момент  $t_c^*$ , приведенные на рис. 1, *b*, показывают, что максимальное давление в жидкости наблюдается у основания струи, и оно возрастает с ростом  $\gamma$ , также как и давление на стенке.



Рис. 1. Формы пузырька на фазе движения односвязного пузырька (*a*): штриховая линия 1 – момент t=0, линия 2 – момент максимального расширения, линия 3 – момент  $t_c^*$  и поле давления в жидкости, окружающей пузырек, в момент  $t_c^*$  (*b*) для  $\gamma = 0.6$ , 1.0 и 1.6

Таблица

γ	$t_c^*$	$V_{\rm c}/V_{\rm m}$	<i>p</i> <sup>-*</sup>	$v^*$	$z^*_{npoc}$
0.6	2.2388	0.1700	0.7106	7.04	0.0055
1.0	2.2355	0.0738	2.7463	8.12	0.0674

Характеристики динамики пузырька в момент  $t_c^*$  для  $\gamma$ =0.6, 1.0, 1.6 и 3.0

22.283

60.580

0.0137

0.0067

9.87

15.61

0.9152

2.8276



Рис. 2. Формы пузырьков для  $\gamma$ =0.6, 1.0, 1.6 на тороидальной фазе движения в различные моменты времени ( $t_{\rm T}^* = t^* - t_c^*$ )

В таблице для четырех значений  $\gamma$  приведены некоторые характеристики пузырьков в момент  $t_c^*$ , где  $V_c$  – объем пузырька,  $V_0$  – его объем в начальный момент времени t = 0,  $v^*$  – скорость конца струи и  $z_{npoc}^*$  – толщина прослойки жидкости между пузырьком и стенкой. Видно, что с ростом  $\gamma$  время до удара кумулятивной струи уменьшается лишь на 7%, скорость конца струи возрастает в 2.2 раза, а давление в пузырьке и толщина прослойки жидкости между пузырьком и стенкой увеличиваются соответственно в 85 и 514 раз. Таким образом, к моменту перехода в тороидальную фазу движения характеристики пузырьков заметно отличаются.

На рис. 2 представлены формы пузырьков в несколько моментов времени  $t_{\rm T}^* = t^* - t_c^*$  на тороидальной фазе движения для трех значений  $\gamma$ . Видно, что для  $\gamma$ =0.6 в результате удара кумулятивной струи по поверхности тонкой прослойки жидкости на периферии области удара возникает всплеск, обусловленный столкновением струи с малоподвижной жидкостью в слое между пузырьком и стенкой. Этот всплеск, увеличиваясь по амплитуде, перемещается вдоль радиальной координаты. Одновременно с этим наблюдается возникновение еще двух всплесков на наиболее удаленной от оси симметрии части поверхности пузырька. Среди них бо́льший по размерам постепенно удаляется от стенки. В момент  $t_{\rm T}^* = 0.1034$  он вступает в контакт с первым из указанных всплесков, что приводит к распаду тороидального пузырька.

При  $\gamma=1$  наблюдается возникновение лишь одного всплеска жидкости. Он образуется на поверхности пузырька на периферии области удара струи. Со временем он сначала удаляется от центра удара вдоль нижней части поверхности пузырька, а затем переходит на ее боковую часть. При  $t_{\rm T}^* = 0.0965$  всплеск вступает в контакт с верхней частью поверхности пузырька, что, как и в случае  $\gamma=0.6$ , приводит к распаду тороидального пузырька. Отметим, что распад тороидальных пузырьков при  $\gamma=0.6$  и 1 реализуется в процессе их сжатия.

С увеличением начального расстояния между пузырьком и стенкой до  $\gamma=1.6$  отмеченных выше контактов между частями поверхности пузырька не наблюдается: тороидальный пузырек сохраняет свою целостность вплоть до конца своего сжатия, наступающего при  $t_{\rm T}^* = 0.0163$  (в этот момент давление в пузырьке равно  $p_b^* = 38.15$ ). В следующем за сжатием процессе его повторного расширения нижняя часть поверхности пузырька приближается к стенке и почти касается ее при  $t_{\rm T}^* = 0.2415$ .



Рис. 3. Поле давления в окружающей пузырек жидкости (*a*), профили давления на стенке (*b*) и вдоль оси симметрии (*c*) в несколько моментов тороидальной фазы динамики пузырька при γ=0.6



Рис. 4. То же, что и на рис. 3, но для γ=1.0

Поля давления в жидкости в окрестности пузырька, а также профили давления на стенке и вдоль оси симметрии в несколько моментов времени на тороидальной фазе динамики пузырька для  $\gamma = 0.6$  изображены на рис. 3. Анализ этих рисунков показывает, что при малой толщине прослойки жидкости между пузырьком и

стенкой (рис. 3, *a*) максимальное давление в жидкости на тороидальной фазе движения находится на стенке в центре области удара струи по прослойке жидкости. В начале тороидальной фазы ( $t_T^*=0.0069$ ) радиальные профили давления вдоль стенки имеют два локальных максимума, наибольший из которых находится в центре области удара струи, а второй, обусловленный столкновением радиального потока жидкости между пузырьком и стенкой с массой менее подвижной жидкости вне пузырька, – на участке поверхности пузырька, наиболее удаленном от оси симметрии.

Со временем на стенке на периферии области ударного воздействия струи возникает третий локальный максимум, постепенно удаляющийся от центра ударного воздействия. Его положение соответствует области указанного выше при анализе рис. 2 всплеска жидкости, образующегося на плоской части поверхности пузырька. Со временем величина наиболее удаленного от оси симметрии локального максимума значительно уменьшается, а уровни двух других локальных максимумов сближаются при существенном понижении уровня центрального. Изменение давления вдоль оси симметрии до *t*<sub>т</sub><sup>\*</sup>≈0.0069 имеет немонотонный характер: с ростом  $z^*$  оно сначала довольно сильно понижается, после чего несколько возрастает. При  $t_{\rm T}^* > 0.0069$  по мере удаления от стенки давление на оси симметрии только уменьшается.

Аналогичные представленным на рис. 3 результаты для у=1 приведены на рис. 4. Видно, что в первый из приведенных моментов времени *t*<sub>T</sub><sup>\*</sup>=0.0069 наибольшее давление в жидкости равно  $p^*=50.3$ . Оно реализуется в центре ударного воздействия струи на уровне поверхности прослойки жидкости, тогда как максимум давления на стенке в этот момент, достигаемый на оси симметрии, равен 46.4. Со временем максимальное давление в жидкости к моменту $t_{\rm T}^* \approx 0.0103$ возрастает до *р*<sup>\*</sup>≈60, а затем падает. При этом для  $t_{\rm T}^*$ >0.0103 максимум давления реализуется на стенке (рис. 4, а, с). На рис. 4, b видно, что в начале тороидальной фазы на стенке возникает лишь один локальный максимум (в центре ударного воздействия струи,  $r^*=0$ ). Однако с течением времени в окрестности всплеска жидкости на поверхности пузырька, отмеченного выше при анализе рис. 2, появляется еще один локальный максимум, по величине сравнимый с первым.



Рис. 5. То же, что и на рис. 3, но для  $\gamma$ =1.6. Момент  $t_{\rm T}^*$ =0.0163 соответствует максимальному сжатию пузырька



Рис. 6. Давление в пузырьке  $p_b^*$  (линии 1) и максимальное давление на стенке в точке  $r^*=0$   $p_{00}^*$  (линии 2) в зависимости от времени для ряда значений  $\gamma$ . Штриховые вертикальные линии отделяют фазу движения односвязного пузырька от тороидальной фазы: при  $t_T^* \le 0$  пузырек односвязный, при  $t_T^* > 0$  – тороидальный



Рис. 7. Максимальное по времени давление на стенке в точке  $r^*=0$  в зависимости от  $\gamma$ 

На рис. 5 представлены результаты для γ=1.6 в виде, аналогичном рис. 3. Видно, что максимальное давление в жидкости в момент  $t_{\rm T}^*=0.0069$ , наблюдаемое в области конца кумулятивной струи, существенно выше, чем максимумы давления в этот же момент времени при меньших у. Со временем максимальное давление в жидкости уменьшается: к концу сжатия пузырька  $t_{\rm T}^*$ =0.0163 – в 5 раз, к моменту  $t_{\rm T}^*=0.0552$  – последующей стадии расширения – в 32 раза. При этом в начале тороидальной фазы максимум давления на стенке значительно ниже максимума давления в области удара струи. Так, при  $t_{\rm T}^*$ =0.0069 (рис. 5, b) давление на стенке почти в 10 раз меньше максимального давления в жидкости.

С течением времени и ростом радиальной координаты  $r^*$  давление на стенке монотонно убывает (рис. 5, *b*). Иной, немонотонный характер, имеет изменение давления вдоль оси симметрии (рис. 5, *c*), где в области конца кумуля-

тивной струи при  $t_{\rm T}^*$ =0.0069 наблюдается локальный максимум, значительно превышающий давление на стенке. В ходе следующей за сжатием стадии расширения пузырька давление жидкости всюду, в том числе и на стенке, существенно снижается.

На рис. 6 приведены зависимости от времени давления в пузырьке  $p_b^*$  и максимального давления на стенке в точке  $r^*=0$   $p_{00}^*$  в конце фазы движения односвязного пузырька и на тороидальной фазе для  $\gamma=0.6$ , 1.0, 1.6 и 3.0.

При  $\gamma \leq 1$  в конце фазы движения односвязного пузырька давление в пузырьке  $p_b^*$  и на стенке  $p_{00}^*$  совпадает в пределах точности графика. С ростом  $\gamma$  давление  $p_b^*$  заметно растет и намного превышает давление на стенке  $p_{00}^*$ . На тороидальной фазе движения при  $\gamma \leq 1$  пузырек до своего распада находится в стадии сжатия. При этом давление в нем оказывается значительно ниже давления на стенке.

Как отмечалось выше, при  $\gamma \ge 1.6$  на тороидальной фазе наблюдается как сжатие пузырька, так и его повторное расширение. При этом с ростом  $\gamma$  отношение максимального давления в пузырьке к максимальному давлению на стенке возрастает. Так, при  $\gamma = 1.6$  это отношение равно 1.4, а при  $\gamma = 3.0$  достигает значения 6.7. Интересно отметить, что для  $\gamma = 3.0$  максимальные давления на стенке и в пузырьке, в отличие от меньших значений  $\gamma$ , достигаются еще до превращения односвязного пузырька в тороидальный, т.е. пузырек переходит в тороидальную фазу на стадии его повторного расширения. Расчеты показывают, что такой переход наблюдается при  $\gamma \ge 2.5$ .

На рис. 7 приведена зависимость максимального давления на стенке в центре области ударного воздействия струи (в точке  $r^*=0$ ) от параметра  $\gamma$ . Видно, что наибольшее давление реализуется в случае, когда центр пузырька изначально расположен от стенки на расстоянии около  $0.8R_{\text{max}}$ .

Заключение. Проведено численное исследование динамики пузырька газа в жидкости (воде) вблизи твердой стенки в случае, когда начальное давление в пузырьке существенно превышает давление в окружающей его жидкости. Расчеты выполнены с использованием методики, основанной на шаговом методе по времени и методе граничных элементов. Рассмотрены как односвязная, так и тороидальная фазы динамики пузырька.

Проведен анализ изменения формы пузырька, полей давления в окружающей пузырек жидкости, профилей давления на стенке и вдоль оси симметрии в зависимости от начального расстояния от пузырька до стенки, характеризуемого безразмерным параметром  $\gamma = d_0/R_{\rm max}$  $(d_0 - начальное расстояние от центра пузырька$  $до стенки, <math>R_{\rm max}$  – максимальный радиус пузырька, достигаемый при его расширении в неограниченном объеме жидкости). Параметр  $\gamma$  варьировался в диапазоне 0.6 $\leq \gamma \leq 3.0$ .

Установлено, что с ростом  $\gamma$  динамика пузырька может развиваться по разным сценариям. Расчеты показали, что при  $\gamma \leq 1$  тороидальная фаза динамики может завершиться его распадом в ходе сжатия пузырька. При  $\gamma >1$  тороидальный пузырек не только сжимается до достижения своего минимального объема, но и испытывает значительное повторное расширение.

Показано, что при  $\gamma \ge 2.5$  динамика пузырька переходит в тороидальную фазу на стадии его повторного расширения.

Установлено, что при  $\gamma \leq 1.0$  давление в тороидальном пузырьке вплоть до его распада не превышает давление на стенке в центре области воздействия пузырька, а при  $\gamma > 1.0$  данное соотношение меняется на противоположное.

Выявлено, что наибольшее по времени давление на стенке наблюдается при  $\gamma \approx 0.8$ .

#### Литература

1. Tong R.P., Schiffers W.P., Shaw S.J., BlakeJ.R., Emmony D.C. The role of `splashing' in the collapse of a laser-generated cavity near a rigid boundary // J. Fluid Mech. 1999. V. 380. P. 339–361.

2. Wang Q.X., Yeo K.S., Khoo B.C., Lam K.Y. Vortex ring modelling of toroidal bubbles // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2005. V. 19(5). P. 303–317.

3. Best J.P. The rebound of toroidal bubbles // Bubble Dynamics and Interface Phenomena. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1994. P. 405–412.

4. Wang Q. Multi-oscillations of a bubble in a compressible liquid near a rigid boundary // J. Fluid Mech. 2014. V. 745. P. 509–536.

5. Voinov O.V., Voinov V.V. Numerical method of calculating nonstationary motions of an ideal incompressible liquid with free surfaces // Soviet Physics Doklady. 1975. V. 20. P. 179–182.

6. Pearson A., Blake J.R., Otto S.R. Jets in bubbles // J. of Engineering Mathematics. 2004. V. 48. P. 391–412.

7. Duncan J.H., Milligan C.D., Zhang S. On the interaction between a bubble and a submerged compliant structure // J. of Sound and Vibration. 1996. V. 197 (1). P. 17–44.

8. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Косолапова И.А., Малахов М.Г. Несферическое схлопывание кавитационного пузырька у стенки с переходом в тороидальную фазу // Известия Уфимского научного центра РАН. 2015. № 3. С. 5–11.

9. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Хисматуллина Н.А. Деформация поверхности тела при ударе водяной струи // Известия Уфимского научного центра РАН. 2015. № 3. С. 12–18.

10. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Хисматуллина Н.А. Зависимость динамики приповерхностного слоя тела от особенностей его нагружения при ударе струи жидкости // Известия Уфимского научного центра РАН. 2016. № 3. С. 5–14.

#### References

1. Tong R.P., Schiffers W.P., Shaw S.J., Blake J.R., Emmony D.C. The role of `splashing' in the collapse of a laser-generated cavity near a rigid boundary. J. Fluid Mech., 1999, vol. 380, pp. 339–361.

2. Wang Q.X., Yeo K.S., Khoo B.C., Lam K.Y. Vortex ring modelling of toroidal bubbles. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2005, vol. 19 (5), pp. 303–317.

3. Best J.P. The rebound of toroidal bubbles. Bubble Dynamics and Interface Phenomena. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994, pp. 405–412.

4. Wang Q. Multi-oscillations of a bubble in a compressible liquid near a rigid boundary. J. Fluid Mech., 2014, vol. 745, pp. 509–536.

5. Voinov O.V., Voinov V.V. Numerical method of calculating nonstationary motions of an ideal incompressible liquid with free surfaces. Soviet Physics Doklady, 1975, vol. 20, pp. 179–182.

6. Pearson A., Blake J.R., Otto S.R. Jets in bubbles. Journal of Engineering Mathematics, 2004, vol. 48, pp. 391–412.

7. Duncan J.H., Milligan C.D., Zhang S. On the interaction between a bubble and a submerged compliant structure. Journal of Sound and Vibration, 1996, vol. 197 (1), pp. 17–44.

8. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Kosolapova L.A., Malakhov V.G. Non-spherical collapse of a cavitation bubble near a wall with transition into the toroidal phase. Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, 2015, no. 3, pp. 5–11.

9. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Khismatullina N.A. Deformation of the surface of a body under water jet impact. Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, 2015, no. 3, pp. 12–18.

10. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Khismatullina N.A. Dependence of the dynamics of the near-surface layer of a solid on the features of its loading under liquid jet impact. Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN, 2016, no. 3, pp. 5–14.



# DYNAMICS OF A GAS BUBBLE IN LIQUID NEAR A WALL AT THE TOROIDAL PHASE OF ITS MOTION

# © M.A. Ilgamov<sup>1</sup>, L.A. Kosolapova<sup>2</sup>, V.G. Malakhov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mavlyutov Institute of Mechanics – Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 71, prospekt Oktybrya, 450054, Ufa, Russian Federation

<sup>2</sup> Institute of Mechanics and Engineering – Subdivision of the Federal State Budgetary Institution of Science «Kazan Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences», 2/31, ulitsa Lobachevskogo, 420111, Kazan, Russian Federation

The axisymmetric dynamics of a single cavitation bubble in ideal incompressible liquid near a plane solid surface (wall) is considered in the case of the transformation of an initially one-connected bubble into a toroidal one. The influence of the distance between the bubble and the wall on the bubble shape and the pressure field in the liquid at the toroidal phase of the bubble motion is studied. The time-based stepping method and the boundary element method are used respectively for calculating the motion of the bubble surface and the normal liquid velocity component on it. The results are obtained for a bubble in water at its expansion and subsequent collapse. The action of the bubble on the wall is evaluated depending on the thickness of the liquid layer between the bubble and the wall. The radial pressure profiles on the wall and the time dependences of the pressure inside the bubble and the maximum pressure on the wall are presented.

It is found that the bubble dynamics scenario depends on the initial distance between the bubble and the wall. At a certain critical value of the distance, the toroidal phase of the bubble dynamics can end with the decay of the bubble during its collapse. At distances exceeding this value, the toroidal bubble not only shrinks to its minimum volume but also undergoes a significant re-expansion. At an initial distance less than the critical value, the pressure in the toroidal bubble up to its disintegration does not exceed the maximum pressure on the wall, whereas with increasing the distance this ratio reverses. The greatest pressure on the wall is observed when the ratio of the initial distance between the bubble and the wall to the maximum bubble radius is about 0.8.

Key words: gas bubble in liquid, toroidal bubble, potential liquid flow, boundary element method.