

УДК 532.5;534.1

DOI: 10.31040/2222-8349-2020-0-3-12-16

ВНЕШНЯЯ И ВНУТРЕННЯЯ ПРИСОЕДИНЕННЫЕ МАССЫ ТРУБОПРОВОДА

© М.М. Шакирьянов, А.А. Юлмухаметов

Рассмотрены сопротивления сплошных сред при ускоренном движении трубопровода. Недеформируемый трубопровод бесконечной длины, окруженный идеальной несжимаемой жидкостью, движется с ускорением перпендикулярно своей оси. Трубопровод имеет круговое поперечное сечение. Транспортируемая газожидкостная среда в трубе включает в себя граничащие области с двумя фазами: жидкой и газовой. Предполагается, что течение газа в осевом направлении происходит внутри жидкой круговой цилиндрической области. Влиянием сил гравитации на поперечные движения частиц сред пренебрегается. Возмущенные движения внутренних газовой, жидкой и внешней сплошной сред, вызванные ускорением трубопровода, описываются уравнениями Лапласа в полярных координатах относительно потенциалов скоростей. Решения уравнений принимаются в виде одночленных аппроксимаций. Производные от искомых функций по времени в решениях определяются из граничных условий на цилиндрической поверхности контакта фаз газожидкостной среды, а также на внутренней и внешней поверхностях трубы. Показано, что отношение присоединенных масс жидкости с учетом и без учета перетекания частиц газожидкостной смеси в поперечных сечениях является функцией геометрических размеров трубы и плотностей сред. Числовые расчеты выполнены при конкретных значениях входных параметров. Дан анализ результатов вычислений.

Ключевые слова: трубопровод, жидкая и газожидкостная среды, внутренняя и внешняя присоединенные массы, ускоренное движение.

Введение. Роль трубопроводных систем в хозяйстве нашей страны трудно переоценить: они широко применяются в нефтегазовой и химической промышленности, атомной энергетике, авиационной и ракетно-космической технике и во многих других машинах и аппаратах. Транспортировка нефти, газового конденсата, продуктов нефтепереработки или газа по трубопроводам осуществляется работой насосных станций, которые при этом создают внутреннее переменное или ударное давление. В результате взаимодействия этого давления и изменений кривизны осевой линии трубопровод может совершать изгибные колебательные движения, которые происходят с ускорением. При определенных соотношениях между входными параметрами максимальное значение ускорения, например средней точки пролета трубы, может достигать нескольких десятков величин ускорения гравитации. Ускоренные поперечные движения трубы могут быть обусловлены также другими механическими воздействиями. В общем случае ускоренного движения трубопровод

испытывает силы сопротивления со стороны внешней сплошной и внутренней газожидкостной сред. При этом указанные силы принято учитывать путем прибавления к массе трубопровода внешней и внутренней присоединенных масс сред [1–3]. Величины присоединенных масс определяются решениями краевых задач взаимодействия трубы с возмущенными ее ускоренным движением средами.

Экспериментальное исследование влияния присоединенной массы транспортируемой жидкости на колебания трубы проведено в [4]. Методом граничных элементов в [5] выполнены расчеты присоединенных масс кругового и эллиптического цилиндров, плавающих на границе раздела двухслойной невесомой жидкости конечной глубины. Точное решение задачи об определении внутренней присоединенной массы жидкости круговой деформируемой цилиндрической оболочки получено в [6]. В [7] приведены выражения присоединенных масс для различных судостроительных конструкций. Влияние присоединенной массы текущей жидкости

ШАКИРЬЯНОВ Марат Масгутьянович – к.ф.-м.н., Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, e-mail: shakmar9@mail.ru

ЮЛМУХАМЕТОВ Артур Ахмарович, Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, e-mail: artyr_yulmuhametov@mail.ru

на устойчивость композитной цилиндрической оболочки изучено в [8]. Обширный обзор исследований по вопросам колебаний трубопроводных систем, транспортирующих жидкость и газ, приведен в [9].

В [10] представлены расчеты двухфазных газожидкостных потоков в трубопроводах и теплообменниках. Рассмотрены разнообразные структурные формы потоков, зависящие от процентного содержания в них газа и жидкости, их физических свойств, диаметра и угла наклона трубы к горизонту. Среди отмеченных форм течения наиболее вероятной является кольцевая форма, которая реализуется в трубопроводах, транспортирующих жирные нефтяные газы. В [11] даны общие сведения о составе неустойчивого газового конденсата, методы определения его основных параметров и обобщен опыт эксплуатации действующих магистральных трубопроводов.

Настоящая работа посвящена определению величины суммарной присоединенной массы трубопровода, движущегося в сплошной среде, когда транспортируемый газожидкостный продукт имеет кольцевую форму течения.

Постановка задачи. Рассматривается ускоренное поступательное движение бесконечно длинного недеформируемого трубопровода с заключенной в нем несжимаемой газожидкостной средой. Транспортируемая среда в трубопроводе состоит из несжимаемых газовой и жидкой фаз с плотностями ρ_1 и ρ_2 . Круговая труба с внутренним радиусом R окружена несжимаемой жидкостью плотности ρ_3 . Предполагается, что течение газа в осевом направлении происходит внутри жидкой круговой цилиндрической области с внутренним R_1 и наружным R радиусами. Изменения формы и толщины цилиндрического слоя из-за веса газожидкостной среды пренебрегается. Это может быть приемлемо, когда труба располагается вертикально или в условиях невесомости и малой гравитации. При равномерном движении трубопровода суммарная сила сопротивления внешней и внутренней сред равна нулю. С ускорением движения трубопровода давления на его внешней и внутренней поверхностях изменяются. Вследствие этого возникает сопротивление движению трубы, обуславливающее эффект присоединенной массы.

На рис. 1 изображено поперечное сечение трубопровода. Здесь жидкая фаза газожидкост-

ной среды занимает кольцевую ($R_1 \leq r \leq R$), а газовая – круговую ($0 \leq r \leq R_1$) области; r и θ – полярные координаты. Сплошная среда, окружающая трубу с толщиной стенки h , ограничена пределами $R+h \leq r < \infty$. Недеформируемый в поперечном сечении трубопровод движется с ускорением $a = \partial^2 W / \partial t^2$, где W – его перемещение по вертикальной оси z .

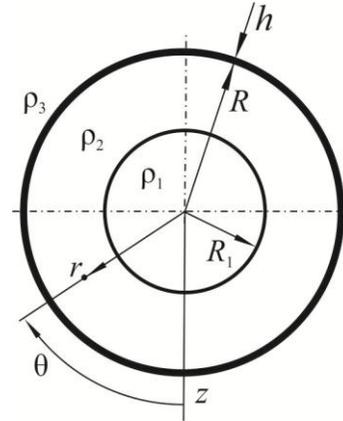


Рис. 1. Поперечное сечение трубы

Возмущенные движения внутренних газовой, жидкой и внешней сплошной сред, вызванные ускорением трубопровода, описываются уравнениями [3]

$$\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial \theta^2} = 0 \quad (i=1, 2, 3), \quad (1)$$

где φ_i – потенциалы скоростей в указанных средах.

Возмущения компонент скоростей V_{ri} , $V_{\theta i}$ и давления p_i определяются формулами

$$V_{ri} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial r}, V_{\theta i} = \frac{\partial \varphi_i}{r \partial \theta}, p_i = -\rho_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial t}. \quad (2)$$

Перемещения трубы в радиальном и окружном направлениях $W_r = W \cos \theta$, $W_\theta = W \sin \theta$. В той же форме принимаются компоненты перемещения $W'_r = W' \cos \theta$, $W'_\theta = W' \sin \theta$ частиц сред на границе $r=R_1$. Поэтому граничными условиями являются равенства скоростей по нормали и давлений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} &= \frac{\partial \varphi_2}{\partial r}, p_1 = p_2 \\ (r = R_1 + W'_r, \theta_* &= \theta + W'_\theta / R_1), \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} &= \frac{\partial W_r}{\partial t} \quad (r = R + W_r, \theta_* = \theta + W_\theta / R), \\ \frac{\partial \varphi_3}{\partial r} &= \frac{\partial W_r}{\partial t} \quad [r = R + h + W_r, \theta_* = \theta + W_\theta / (R + h)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Решения уравнений (1) имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= A_n r^n \cos n\theta, \quad \varphi_2 = (C_n r^{-n} + D_n r^n) \cos n\theta, \\ \varphi_3 &= E_n r^{-n} \cos n\theta. \end{aligned} \quad (4)$$

Сохраняя только первые члены в разложении в ряд Тейлора, условия (3) запишем в виде [3]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} + W_r' \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial r^2} + \frac{W_0'}{R_1} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial r \partial \theta} &= \\ = \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} + W_r' \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial r^2} + \frac{W_0'}{R_1} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial r \partial \theta} \quad (r = R_1), \\ p_1 + W_r' \frac{\partial p_1}{\partial r} + \frac{W_0'}{R_1} \frac{\partial p_1}{\partial \theta} &= \\ = p_2 + W_r' \frac{\partial p_2}{\partial r} + \frac{W_0'}{R_1} \frac{\partial p_2}{\partial \theta} \quad (r = R_1), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} + W_r' \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial r^2} + \frac{W_0'}{R} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial r \partial \theta} &= \frac{\partial W_r}{\partial t} \quad (r = R), \\ \frac{\partial \varphi_3}{\partial r} + W_r' \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial r^2} + \\ + \frac{W_0'}{(R+h)} \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial r \partial \theta} &= \frac{\partial W_r}{\partial t} \quad (r = R+h). \end{aligned}$$

Оценки членов с множителями W_r' , W_0' , W_r , W_0 проведем для их максимальных значений, т.е. W' и W (при $\theta=0, \pi$) в случае гармоник $n=1$ в решениях (4). Отношение второго члена к первому в правой части первого условия с использованием выражения для φ_2 из (4) имеет порядок $2W'/R_1$. Из третьего условия (5) также можно показать, что указанное отношение имеет порядок $2W/R$, а из последнего – $2W/(R+h)$. В дальнейшем принимаем, что эти отношения малы по сравнению с единицей. При этом условия (5) имеют вид (3), но при $r=R_1, r=R, r=R+h, \theta=\theta$.

Метод решения. С учетом (2) из условий (3) имеем $A_n = C_n = D_n = E_n = 0$ для гармоник $n \geq 2$, а для $n=1$ уравнения

$$A_1 = -\frac{C_1}{R_1^2} + D_1 \cdot \rho_1 \frac{dA_1}{dt} = p_2 \left(\frac{1}{R_1^2} \frac{dC_1}{dt} + \frac{dD_1}{dt} \right), \quad (6)$$

$$\frac{1}{R^2} C_1 + D_1 = \frac{dW}{dt}, \quad -\frac{E_1}{(R+h)^2} = \frac{dW}{dt}.$$

Из системы (6) получаем

$$\begin{aligned} \frac{dC_1}{dt} &= R_1^2 \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \frac{dD_1}{dt}, \\ \frac{dD_1}{dt} &= R^2 \frac{\rho_1 + \rho_2}{R^2(\rho_1 + \rho_2) - R_1^2(\rho_1 - \rho_2)}, \quad (7) \\ \frac{dE_1}{dt} &= -(R+h)^2 a. \end{aligned}$$

В соответствии с выражениями (2), (4), (7) возмущения давления в областях с жидкой фазой газожидкостной и обтекающей трубу сплошной средах даются формулами

$$\begin{aligned} p_2 &= -\rho_2 \left[\frac{R_1^2}{r} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} + r \right] \times \\ &\times \frac{R^2(\rho_1 + \rho_2)}{R^2(\rho_1 + \rho_2) - R_1^2(\rho_1 - \rho_2)} a \cos \theta, \quad (8) \\ p_3 &= -\frac{\rho_3}{r} (R+h)^2 a \cos \theta. \end{aligned}$$

Проекция Φ_z равнодействующей сил давления на поверхностях трубы единичной длины равна

$$\begin{aligned} \Phi_z &= -m_s a, \\ m_s &= \pi \left\{ \frac{p_2 R^2 [R^2(\rho_1 + \rho_2) - R_1^2(\rho_1 - \rho_2)]}{[R^2(\rho_1 + \rho_2) + R_1^2(\rho_2 - \rho_1)]} + \right. \\ &\left. + \rho_3 (R+h)^2 \right\}, \quad (9) \end{aligned}$$

где m_s – представляет эффективную присоединенную массу внешней и внутренней сред.

Если не учитывать перетекание газа и жидкости в поперечных сечениях трубы, то суммарная присоединенная масса сред определяется формулой

$$m_* = \pi [\rho_1 R_1^2 + \rho_2 (R^2 - R_1^2) + \rho_3 (R+h)^2]. \quad (10)$$

Тогда отношение присоединенных масс (9) и (10) запишется

$$\frac{m_s}{m_*} = \frac{\left\{ \frac{1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} y^2}{1 + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} y^2} + \frac{\rho_3}{\rho_2} \left(1 + \frac{h}{R} \right)^2 \right\}}{\left[1 - y^2 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) + \frac{\rho_3}{\rho_2} \left(1 + \frac{h}{R} \right)^2 \right]}, \quad (11)$$

$$y = \frac{R_1}{R}.$$

Из (11) видно, что при $\rho_1 = \rho_2$ отношение $m_s/m_* = 1$; при $\rho_1, \rho_3 \ll \rho_2$ $m_s/m_* = 1/(1+y^2)$.

Вычисления и выводы. Расчеты проведены для трубы, заполненной газоконденсатной средой, с параметрами: $R=0.257$ м, $h=0.008$ м, $\rho_1=100, 400, \rho_2=700, 1000, 1800, \rho_3=1.25$ кг/м³. Результаты вычислений для принятых двух значений плотности газовой фазы и трех значений плотности жидкой фазы внутренней среды трубопровода представлены на рис. 2 в виде графических зависимостей отношения (11) от отношения R_1/R радиусов.

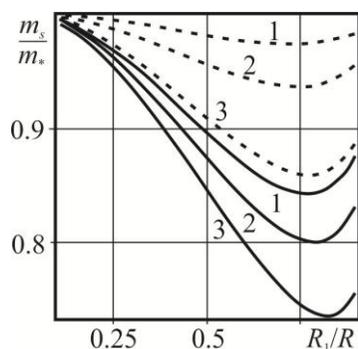


Рис. 2. Зависимости отношений m_s/m_* присоединенных масс от отношений R_1/R радиусов

Сплошными линиями нанесены результаты расчетов при значении плотности $\rho_1=400 \text{ кг/м}^3$, а штриховыми – при значении плотности $\rho_1=100 \text{ кг/м}^3$. Цифрами 1, 2, 3 на графиках обозначены кривые, которые в указанном выше порядке перечисления относятся к трем значениям плотности ρ_2 . Из рис. 2 видно, что с увеличением отношения R_1/R радиусов при сохранении значений остальных параметров отношения m_s/m_* присоединенных масс уменьшаются, достигают минимумов и далее незначительно увеличиваются. Это свидетельствует о том, что с уменьшением толщины жидкой области интенсивность перетекания частиц в поперечных сечениях трубопровода сначала увеличивается, затем становится максимальной и далее несколько уменьшается. Кроме того, можно видеть, что увеличение плотности ρ_2 жидкой фазы внутренней среды приводит к значительному уменьшению минимальных значений функции (11). При этом минимумы функции сдвигаются в сторону увеличения отношения R_1/R . Из сравнения взаимного расположения соответствующих штриховых и сплошных линий можно сделать вывод о том, что с увеличением плотности ρ_1 газовой фазы газожидкостной среды происходит значительное увеличение отношения (11). В предельном случае, когда $\rho_1=\rho_2$, это отношение равно единице.

Основные результаты. 1. Отношение присоединенных масс жидкости с учетом и без учета перетекания частиц газожидкостной среды в поперечных сечениях является функцией плотностей сред и геометрических размеров трубы.

2. С увеличением плотности газовой фазы внутренней среды функция отношения присоединенных масс увеличивается. При равенстве

плотностей газовой и жидкой фаз суммарная присоединенная масса не изменяется.

3. Увеличение плотности жидкой фазы внутренней среды приводит к большему уменьшению функции отношения присоединенных масс. При этом минимумы функции сдвигаются в сторону уменьшения толщины жидкого слоя.

4. При пренебрежимо малых значениях отношения плотностей внешней и внутренней жидкой сред приближенно можно считать, что эффективная присоединенная масса полностью определяется перетеканием частиц транспортируемого продукта в поперечных сечениях трубопровода.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Авторы выражают благодарность М.А. Ильгамову за обсуждение работы.

Постановка задачи и анализ результатов вычислений выполнены при поддержке гранта РФФИ №18-01-00150_а. Компьютерный код разработан в рамках Государственного задания на 2019 – 2022 гг. (г.р. № 0246-2019-0088).

Литература

1. Ильгамов М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969. 180 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1970. 568 с.
3. Ильгамов М.А. Введение в нелинейную гидроупругость. М.: Наука, 1991. 200 с.
4. Sivak V.F., Sivak V.V. Experimental investigation into the vibrations of shells of revolution with added masses // Int. Appl. Mech. 2002. V. 38. №. 5. P. 623–627.
5. Стурова И.В. Присоединенные массы цилиндра, пересекающего границу раздела двухслойной невесомой жидкости конечной глубины // ПМТФ. 2003. Т. 44. № 4. С. 76–82.
6. Горелов Д.Н. Присоединенные массы жидкости, колеблющейся внутри кругового цилиндра при деформации его стенок // Вестник Омского университета. 2014. № 2. С. 17–20.
7. Короткин А.И. Присоединенные массы судостроительных конструкций. СПб.: Мор Вест, 2007. 448 с.
8. Kovalchuk P.S., Pelykh V.A., Kruk L.A. Stability of composite cylindrical shells with added mass interacting with the internal fluid flow // Intern. Appl. Mech. 2014. V. 50. № 5. P. 566–574.
9. Li S., Karney B.W., Liu G. FSI research in pipeline systems – A review of the literature // J. of Fluids and Structures. 2015. V. 57. P. 277–297.

10. Chisholm D. Two-phase Flow in Pipelines and Heat Exchangers. London – NewYork, 1983. 304 p.

11. Коршак А.А., Забазнов А.И., Новоселов В.В., Матросов В.И., Клюк Б.А. Трубопроводный транспорт нестабильного газового конденсата. М.: ВНИИОЭНГ, 1994. 224 с.

References

1. Ilgamov M.A. Oscillations of elastic shells containing liquid and gas. Moscow, Nauka, 1969. 184 p.

2. Sedov L.I. Continuum mechanics. Vol. 2. Moscow, Nauka, 1970. 568 p.

3. Ilgamov M.A. Introduction to nonlinear hydroelasticity. Moscow, Nauka, 1991. 200 p.

4. Sivak V.F., Sivak V.V. Experimental investigation into the vibrations of shells of revolution with added masses. *Int. Appl. Mech.*, 2002, vol. 38, no. 5, pp. 623–627.

5. Sturova I.V. Attached masses of a cylinder crossing the interface of a two-layer weightless liquid of finite depth. *JAMT*, 2003, vol. 44, no. 4, pp. 76–82.

6. Gorelov D.N. Attached masses of liquid vibrating inside a circular cylinder when its walls are deformed. *Herald of omsk university*, 2014, no. 2, pp. 17–20.

7. Korotkin A.I. Attached masses of shipbuilding structures, handbook. Saint Petersburg, Marine Bulletin, 2007. 448 p.

8. Kovalchuk P.S., Pelykh V.A., Kruk L.A. Stability of composite cylindrical shells with added mass interacting with the internal fluid flow. *Intern. Appl. Mech.*, 2014, vol. 50, no. 5, pp. 566–574.

9. Li S., Karney B.W., Liu G. FSI research in pipeline systems – A review of the literature. *J. of Fluids and Structures*, 2015, vol. 57, pp. 277–297.

10. Chisholm D. Two-phase Flow in Pipelines and Heat Exchangers. London – NewYork, 1983. 304 p.

11. Korshak A.A., Zabaznov A.I., Novoselov V.V., Matrosov V.I., Klyuk B.A. Pipeline transport of unstable gas condensate. Moscow, VNIIOENG, 1994. 224 p.



INTERNAL AND EXTERNAL ADDED MASSES OF A PIPELINE

© M.M. Shakiryanov, A.A. Yulmukhametov

Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Centre
of the Russian Academy of Sciences,
71, prospekt Oktybrya, 450054, Ufa, Russian Federation

Resistance of continuous media with accelerated movement of a pipeline is considered. An undeformable pipe of infinite length, surrounded by an ideal incompressible fluid, moves with acceleration perpendicular to its axis. The pipeline has a circular cross section. The transported gas-liquid medium in the pipe includes bordering areas with two phases: liquid and gas. It is assumed that the gas flow in the axial direction occurs inside a liquid circular cylindrical region. The influence of gravitational forces on the transverse motion of particles of media is neglected. The perturbed movements of the internal gas, liquid, and external continuous media caused by the acceleration of the pipeline are described by the Laplace equations in polar coordinates relative to the velocity potentials. Solutions of equations are made in the form of one-term approximations. The time derivatives of the desired functions in the solutions are determined from the boundary conditions on the cylindrical contact surface of the phases of the gas-liquid medium as well as on the inner and outer surfaces of the pipe. It is shown that the ratio of the added masses of the liquid with and without taking into account the flow of particles of the gas-liquid mixture in cross sections is a function of the geometric dimensions of the pipe and the density of the media. Numerical calculations were performed for specific values of the input parameters. The analysis of the calculation results is given.

Key words: pipeline, liquid and gas-liquid media, internal and external added masses, accelerated motion.