

УДК 524.882

DOI: 10.31040/2222-8349-2021-0-1-87-91

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТОНКОГО АККРЕЦИОННОГО ДИСКА ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ТАУБ-НУТ

© Р.М. Юсупова, Р.Н. Измаилов

Метрика пространства-времени Тауб-НУТ является одним из вакуумных решений уравнений гравитационного поля Эйнштейна. В данной метрике особый интерес представляет параметр Ньюмена-Унти-Тамбурино (НУТ) и его влияние на физические свойства тонкого аккреционного диска.

Выполнены расчеты по определению физических свойств тонкого аккреционного диска вокруг черной дыры Тауб-НУТ на основе модели Пейджа-Торна. Выявлено влияние параметра НУТ на угловую скорость, энергию связи, угловой момент частиц, эффективный потенциал, потока энергии и температуру аккреционного диска. Согласно полученным данным, с увеличением значения параметра НУТ температура аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ уменьшается.

Ключевые слова: аккреционный диск, пространство-время Тауб-НУТ, параметр НУТ, эффективный потенциал, угловой момент, угловая скорость.

Введение. В астрофизике термин «аккреция» используется для описания процесса захвата вещества, обычно газообразного, массивным объектом (черная дыра, нейтронная звезда и т.д.). В результате частицы вещества, обладающие угловым моментом, движутся по кеплеровским орбитам, образуя аккреционный диск. Существует множество моделей аккреционных дисков, среди которых широко применяются модели Шакуры и Сюняева [1], Пейджа и Торна [2]. Согласно модели Пейджа и Торна, вертикальный размер тонкого аккреционного диска намного меньше его горизонтальных размеров, причем вертикальный размер отсчитывается по оси Z в цилиндрической системе координат. То есть точно так же, как и в модели Шакуры и Сюняева, высота диска H , равная половине толщины диска, намного меньше радиуса диска R , т.е. $R \ll H$. При этом тонкий диск, согласно рассматриваемой модели, находится в состоянии гидродинамического равновесия, т.е. давлением и вертикальным градиентом энтропии можно пренебречь. Охлаждение за счет излучения над поверхностью диска не дает возможности накапливаться теплу, которое возникает при динамическом трении. Именно это состояние равновесия и приводит

к образованию диска, т.е. стабилизации его вертикального размера.

Рассмотрим физические свойства и характеристики частиц, движущихся по круговой орбите вокруг компактного объекта сферической формы в стационарном и осесимметричном пространстве-времени

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + 2g_{t\varphi}dtd\varphi + g_{rr}dr^2 + g_{\theta\theta}d\theta^2 + g_{\varphi\varphi}d\varphi^2. \quad (1)$$

Нужно отметить, что метрические функции $g_{tt}, g_{t\varphi}, g_{rr}, g_{\theta\theta}, g_{\varphi\varphi}$ зависят только от радиальной координаты r в экваториальном приближении, т.е. $|\theta - \pi| \ll 1$.

Уравнения движения имеют следующий вид:

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\tilde{E}g_{\varphi\varphi} + \tilde{L}g_{t\varphi}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}. \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{\tilde{E}g_{t\varphi} + \tilde{L}g_{tt}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}, \quad (3)$$

$$g_{rr} \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = -1 + \frac{\tilde{E}^2g_{\varphi\varphi} + 2\tilde{E}\tilde{L}g_{t\varphi} + \tilde{L}^2g_{tt}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}. \quad (4)$$

Эффективный потенциал определяется по формуле:

$$V_{eff}(r) = -1 + \frac{\tilde{E}^2g_{\varphi\varphi} + 2\tilde{E}\tilde{L}g_{t\varphi} + \tilde{L}^2g_{tt}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}. \quad (5)$$

ЮСУПОВА Розалия Мансуровна, Институт физики молекул и кристаллов УФИЦ РАН,
e-mail: yu.rose@mail.ru

ИЗМАИЛОВ Рамиль Наильевич – к.ф.-м.н., Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, Институт физики молекул и кристаллов УФИЦ РАН,
e-mail: izmailov.ramil@gmail.com

Для круговых стабильных орбит должны выполняться следующие условия: $V_{eff}(r) = 0$, $V_{eff,r}(r) = 0$. Следовательно, выражения для энергии \tilde{E} , углового момента \tilde{L} и угловой скорости частиц $\tilde{\Omega}$, движущихся вокруг компактного объекта, имеют вид:

$$\tilde{E} = -\frac{g_{tt} + g_{t\varphi}\Omega}{\sqrt{-g_{tt} - 2g_{t\varphi}\Omega - g_{\varphi\varphi}\Omega^2}}, \quad (6)$$

$$\tilde{L} = \frac{g_{t\varphi} + g_{\varphi\varphi}\Omega}{\sqrt{-g_{tt} - 2g_{t\varphi}\Omega - g_{\varphi\varphi}\Omega^2}}, \quad (7)$$

$$\tilde{\Omega} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{-g_{t\varphi,r} + \sqrt{(g_{t\varphi,r})^2 - g_{tt,r}g_{\varphi\varphi,r}}}{g_{\varphi\varphi,r}}. \quad (8)$$

Все физические параметры, описывающие движение частиц вещества по орбите усредняются по времени Δt , по азимутальному углу $\Delta t = 2\pi$ и по высоте H [2].

Поток энергии с поверхности диска определяется по формуле:

$$F(r) = -\frac{\dot{M}_0}{4\pi\sqrt{-g}} \frac{\Omega_r}{(\tilde{E} - \Omega\tilde{L})^2} \int_{r_{ms}}^r (\tilde{E} - \Omega\tilde{L})\tilde{L}_r dr, \quad (9)$$

где \dot{M}_0 – темп аккреции, r_{ms} – радиус наименьшей стабильной орбиты, $\sqrt{-g}$ – определитель метрического тензора

Температура в модели Пейджа и Торна определяется точно так же, как и в модели Шакуры и Сюняева [1], то есть тонкий диск нужно рассматривать как абсолютно черное тело:

$$F(r) = \sigma T^4(r), \quad (10)$$

где σ – постоянная Стефана–Больцмана.

Расчет физических свойств диска. Решения Шварцшильда и Тауб-НУТ представляют пример гравитационной дуальности, связь между ними во многом аналогична связи между магнитными монополями и электрическими зарядами в электродинамике [5]. Однако остается невыясненным вопрос об их физической интерпретации и возможности существования. В частности, известно, что решения типа Тауб-НУТ содержат замкнутые времениподобные кривые (ЗВК), которые рассматриваются как патология. Однако недавние расчеты показали, что свободное движение вдоль ЗВК невозможно, а содержащиеся в области ЗВК голые сингулярности в виде струн Миснера пронизаемы для геодезических линий [6]. Таким образом, есть основания рассматривать решения данного класса как физически допустимые и учитывать их в астрофизическом моделировании.

Исходная метрика Тауб-НУТ, полученная в работе [7], в координатах Бойера–Лингквиста задается в виде:

$$ds^2 = f^{-1}dr^2 + (r^2 + n^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) - f(dt - Wd\varphi)^2, \quad (11)$$

$$f = \frac{r^2 - 2Mr - n^2}{r^2 + n^2}, \quad (12)$$

$$W = -4n\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (13)$$

где M – масса объекта, n – параметр НУТ.

Особый интерес представляет параметр НУТ, который в литературе в основном имеет название «гравомагнитный монополь». При $n=0$ метрика (11)–(13) переходит в метрику Шварцшильда. Если $n \neq 0$, то метрика (11)–(13) стационарна, осесимметрична, но не полностью асимптотично плоская, так как имеет одну квазибесконечную сингулярность [8]. В работе [9] был исследован эффект Саньяка в пространстве-времени вращающейся черной дыры Керра-Тауб-НУТ и получен верхний предел заряда НУТ n для Земли, значение которого не превышает $-5.68M$. В данной работе рассматриваются случаи, когда $n = 0, 0.3M, 0.5M, 0.9M$ и $M = 15M_\odot$ для стационарной черной дыры Тауб-НУТ.

В общем случае метрическая функция W определяется по произвольной вещественной константе, которая может влиять на свойства пространства-времени, так что все решения НУТ определяются линейным элементом:

$$W = 2v(\cos(\theta) + C),$$

где C – произвольная вещественная постоянная. В частном случае, при $C = \pm 1$, включающего одну сингулярность, решения НУТ будут иметь два квазибесконечных линейных источника [10].

Полученные аналитические выражения для физических параметров являются громоздкими, поэтому полученные результаты продемонстрируем в виде графиков.

На рис. 1 представлен график зависимости эффективного потенциала частиц аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ от радиальной координаты в диапазоне $r \in [0, 9M]$. Из рисунка видно, что с увеличением параметра НУТ эффективный потенциал частиц уменьшается, то есть частицы взаимодействуют сильнее при значении $n = 0.9M$, следовательно, угловая скорость частиц должна быть меньше. Данный вывод подтверждается на рис. 2, где представлен график зависимости угловой скорости частиц от радиальной координаты. Как показано на рис. 2, с увеличением расстояния угловая скорость уменьшается, и влияние параметра НУТ невозможно определить на бесконечности.

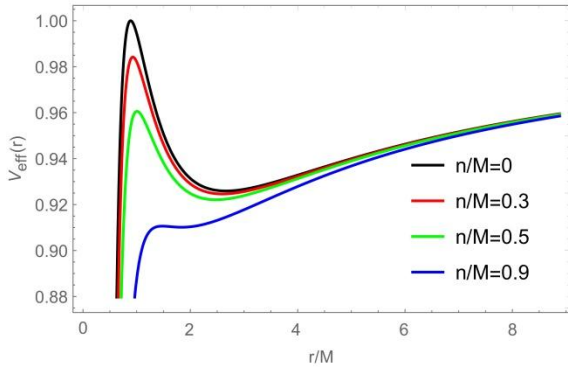


Рис. 1. График зависимости эффективного потенциала от радиальной координаты r при различных значениях параметра НУТ n

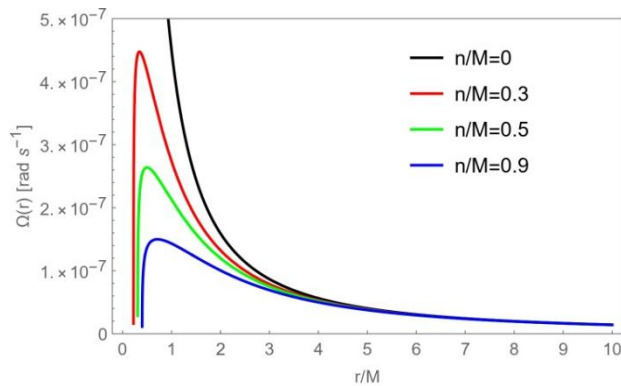


Рис. 2. График зависимости угловой скорости частиц от радиальной координаты r при различных значениях параметра НУТ n

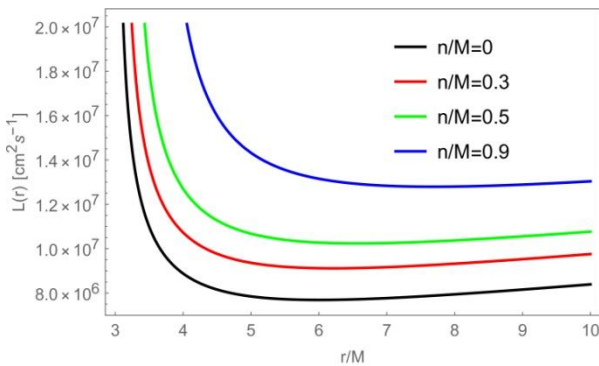


Рис. 3. График зависимости углового момента частиц от радиальной координаты r при различных значениях параметра НУТ n

На рис. 3 представлен график зависимости углового момента от радиальной координаты. Согласно рис. 3, наибольший угловой момент приходится ближе к компактному объекту, то есть частицы в этой области вращаются быстрее, и чем больше параметр НУТ, тем больше угловой момент. Сильное вращение частиц требует большей энергии связи между частицами, что подтверждается

ется рис. 4, на котором представлен график зависимости энергии связи частиц в зависимости от радиальной координаты. Наибольшая энергия связи частиц соответствует значению параметру НУТ $n = 0.9M$. Следовательно, чем больше значение параметра НУТ, тем частицы связаны сильнее и с увеличением расстояния энергия связи становится неотличимой от решения Шварцшильда.

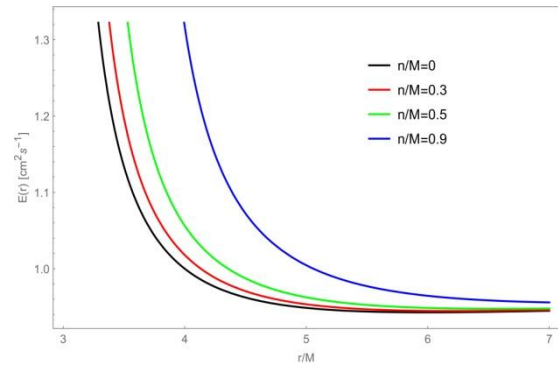


Рис. 4. График зависимости энергии частиц от радиальной координаты r при различных значениях параметра НУТ n

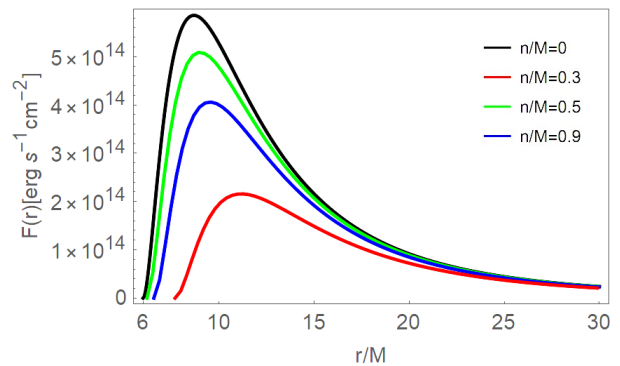


Рис. 5. График зависимости потока энергии диска от радиальной координаты r при различных значениях параметра НУТ n

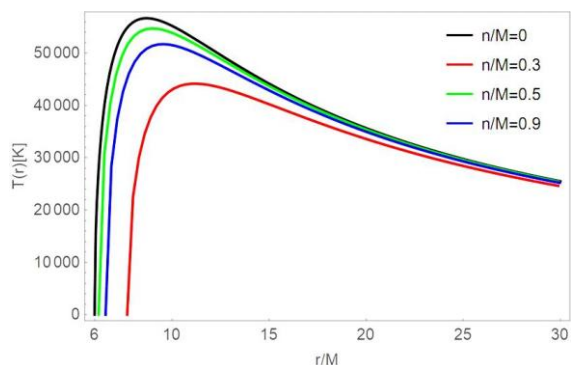


Рис. 6. График зависимости температуры диска от радиальной координаты r при различных значениях параметра НУТ n

Поток энергии с поверхности диска, заданный уравнением (9), невозможно вычислить аналитически, поэтому данное свойство определяется численным интегрированием. Далее по формуле (10) вычисляется температура и строятся графики зависимости для потока энергии (рис. 5) и температуры диска (рис. 6), при $\dot{M}_0 = 10^{18}$ г/с [4].

Анализ графиков, приведенных на рис. 5, показывает, что чем больше значение параметра НУТ, тем поток энергии с поверхности диска меньше, следовательно, температура диска ниже, что подтверждается графиками, приведенными на рис. 6. То есть теоретические расчеты показывают, что диск черной дыры Тауб-НУТ холоднее, чем диск черной дыры Шварцшильда.

Выводы. В работе мы исследовали, могут ли рассматриваемые типы черных дыр различаться по профилям аккреции. Были исследованы кинематические и излучательные свойства дисков, используя модель Пейдж и Торна, применив ее к иллюстративному компактному аккрецирующему объекту звездных размеров с массой $15M_\odot$ и темпом аккреции $\dot{M}_0 = 10^{18}$ г/с. Рис. 1–4 демонстрируют кинематические свойства, рис. 5–6 – излучательные свойства черных дыр Тауб-НУТ и Шварцшильда. В частности, рис. 6 показывает, что температура диска черной дыры Шварцшильда выше, чем температура диска черной дыры Тауб-НУТ.

В работе было показано влияние параметра НУТ на физические свойства аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ. Анализ полученных данных позволяет сделать следующие выводы:

1) с увеличением значения параметра НУТ эффективный потенциал частиц аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ уменьшается, соответственно, уменьшается и угловая скорость частиц;

2) с увеличением значения параметра НУТ увеличивается угловой момент и энергия связи частиц аккреционного диска;

3) с увеличением значения параметра НУТ уменьшается поток энергии с поверхности диска и температура диска.

Общий вывод состоит в том, что два рассматриваемых здесь объекта в принципе различаются по своим аккреционным свойствам. В частности, излучательные характеристики черной дыры Шварцшильда всегда выше, чем излучательные характеристики черной дыры Тауб-НУТ.

Литература

1. Suleimanov V.F., Lipunova G.V., Shakura N.I. The thickness of accretion α -disks: theory and observation // *Astron. Rep.* 2007. V. 84. P. 612–626.
2. Page D.N., Thorne K.S. Disk-accretion onto a black hole. Time-averaged structure of accretion disk // *Astrophys. J.* 1974. V. 191. P. 499–506.
3. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion disk around the rotating Damour-Solodukhin wormhole // *Eur. Phys. J. C.* 2019. V. 79. P. 952.
4. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Bhattacharya A., Nandi K.K. Accretion disks around the Gibbons-Maeda-Garfinkle-Horowitz-Strominger charged black holes // *Eur. Phys. J. C.* 2018. V. 78. P. 788.
5. Wu T.T., Yang C.N. Concept of nonintegrable phase factors and global formulation of gauge fields // *Phys. Rev. D.* 1975. V. 12. P. 3845.
6. Bonnor W.B. A class of stationary solutions of the Einstein-Maxwell equations // *Proc. Camb. Phil. Soc.* 1969. V. 66. P. 77–83.
7. Newman E., Tamburino L., Unti T. A Computer Program for the Newman-Janis Algorithm // *J. Math. Phys.* 1963. V. 4. P. 915–923.
8. Manko V.S., Ruiz E. Physical interpretation of the NUT family of solutions // *Class. Quantum Grav.* 2005. V. 22. P. 3555–3560.
9. Kulbakova A.K., Karimov R.Kh., Izmailov R.N., K.K. Nandi Upper limit on NUT charge from the observed terrestrial Sagnac effect // *Class. Quantum Grav.* 2018. V. 35. P. 115014
10. Ernst F. J. New Formulation of the Axially Symmetric Gravitational Field Problem // *Phys. Rev.* 1968. V. 167. P. 1175.

References

1. Suleimanov V.F., Lipunova G.V., Shakura N.I. The thickness of accretion α -disks: Theory and observation. *Astron. Rep.*, 2007, vol. 84, pp. 612–626.
2. Page D.N., Thorne K.S. Disk-accretion onto a black hole. Time-averaged structure of accretion disk. *Astrophys. J.*, 1974, vol. 191, pp. 499–506.
3. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion disk around the rotating Damour-Solodukhin wormhole. *Eur. Phys. J. C*, 2019, vol. 79, p. 952.
4. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Bhattacharya A., Nandi K.K. Accretion disks around the Gibbons-Maeda-Garfinkle-Horowitz-Strominger charged black holes. *Eur. Phys. J. C*, 2018, vol. 78, p. 788.
5. Wu T.T., Yang C.N. Concept of nonintegrable phase factors and global formulation of gauge fields. *Phys. Rev. D.*, 1975, vol. 12, p. 3845.
6. Bonnor W.B. A class of stationary solutions of the Einstein-Maxwell equations. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1969, vol. 66, pp. 77–83.
7. Newman E., Tamburino L., Unti T. A Computer Program for the Newman-Janis Algorithm. *J. Math. Phys.*, 1963, vol. 4, pp. 915–923.

8. Manko V.S., Ruiz E. Physical interpretation of the NUT family of solutions. *Class. Quantum Grav.*, 2005, vol. 22, pp. 3555–3560.

9. Kulbakova A.K., Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Upper limit on NUT charge

from the observed terrestrial Sagnac effect. *Class. Quantum Grav.* 2018, vol. 35, p. 115014

10. Ernst F.J. New formulation of the axially symmetric gravitational field problem. *Phys. Rev.*, 1968, vol. 167, p. 1175.



PHYSICAL PROPERTIES OF THE THIN ACCRETION DISK OF THE TAUB-NUT BLACK HOLE

© **R.M. Yusupova¹, R.N. Izmailov^{1,2}**

¹Institute of Molecule and Crystal Physics, Ufa Federal Research Centre,
Russian Academy of Sciences,
151, Prospekt Oktyabrya, Ufa, Russia.

²Bashkir State Pedagogical University n.a. M. Akmulla,
3a, ulitsa Oktyabrskoy Revolyutsii, Ufa, Russian Federation

The Taub-NUT space-time metric is one of the vacuum solutions to Einstein's gravitational field equations. In this metric, the Newman-Unti-Tamburino parameter (NUT) and its effect on the physical properties of a thin accretion disk are of particular interest.

In this paper, calculations are performed to determine the physical properties of a thin accretion disk around the Taub-NUT black hole based on the Page-Thorne model. The influence of the NUT parameter on the angular velocity, binding energy, angular momentum of particles, effective potential, energy flow, and temperature of the accretion disk is revealed. According to the data obtained, the temperature of the accretion disk of the Taub-NUT black hole decreases as the value of the NUT parameter increases.

Key words: accretion disk, Taub-NUT space-time, NUT parameter, effective potential, angular momentum, angular velocity.